

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA



Roteiro

Física Experimental IV

Formato presencial

homepage: <http://fisexp4.if.ufrj.br>

Texto original por Malena Hor-Meyll, Ruynet L. Matos Filho e Stephen Patrick Walborn
Modulo de Metrologia Ótica atualizado por François Impens
Modificações posteriores pelas equipes de Física Experimental IV

Sumário

1	Ótica Geométrica	2
1.1	Introdução	2
1.1.1	Formação da imagem em lentes delgadas	3
1.1.2	Noções sobre o olho humano	5
1.1.3	Defeitos da visão: miopia e hipermetropia	6
1.1.4	Noções sobre instrumentos óticos	7
1.2	Procedimento experimental	11
1.2.1	Determinação da distância focal da lente convergente	11
1.2.2	Ampliação da imagem em um projetor e determinação indireta do diâmetro do bulbo da lampada	12
1.2.3	Projeto de um microscópio composto	13
1.2.4	Defeito da visão míope e correção	14
1.3	Referências Bibliográficas e Fontes das Figuras	15
2	Ótica ondulatória: Interferência e Difração	16
2.1	Introdução	16
2.2	Difração em uma fenda simples	17
2.3	Interferência em fenda dupla	19
2.4	Interferências de múltiplas ondas com uma “Rede de difração”	21
2.4.1	Exemplo: Interferências de múltiplas ondas com um CD	23
2.5	Procedimento experimental - laser	25
2.5.1	Difração em fenda simples	25
2.5.2	Interferência em fenda dupla	26

2.5.3	Interferências de múltiplas ondas com uma rede de difração	27
2.5.4	Interferências de múltiplas ondas com um CD	28
2.6	Referências Bibliográficas	29
3	Interferômetro de Michelson e aplicações	30
3.1	Interferômetro de Michelson-Morley	31
3.1.1	Do “ether” até a detecção de ondas gravitacionais	31
3.1.2	Interferência	33
3.1.3	Princípio do interferômetro de Michelson-Morley	34
3.1.4	Produção de franjas paralelas no anteparo	35
3.1.5	Determinação do comprimento de onda do laser pela variação da distância entre os espelhos	37
3.1.6	Determinação do índice de refração do ar	37
3.2	Medição da velocidade da luz (Leitura opcional no semestre 2023-1)	39
3.2.1	Medição da velocidade da luz no ar	39
3.2.2	Medição da velocidade da luz na água	43
3.3	Procedimento experimental - Interferômetro de Michelson	44
3.3.1	Medida do comprimento de onda do laser HeNe	45
3.3.2	Medida do índice de refração do ar	46
3.4	Procedimento experimental - Medição da velocidade da luz (opcional no semestre 2023-1)	46
3.4.1	Medição da velocidade da luz no ar	47
3.4.2	Medição da velocidade da luz na água	48
3.5	Referências Bibliográficas	49
4	Espectroscopia Ótica	50
4.1	Introdução	50
4.2	Espectroscopia ótica por refração	52
4.2.1	Refração através de um prisma	53
4.3	Espectroscopia ótica usando interferência com múltiplas ondas	58
4.3.1	Dispersão angular	59
4.4	Procedimento experimental - Espectroscopia ótica por refração:	59
4.4.1	Medição do ângulo de desvio com o goniômetro	

.....	59
4.4.2 Ajustes iniciais	60
4.4.3 Medição de D_{min}	63
4.4.4 Tratamento dos dados	63
4.5 Procedimento experimental - espectroscopia ótica por interferência com múltiplas ondas:	64
4.5.1 Determinação de N_I	65
4.5.2 Determinação de um comprimento de onda desconhecido	67
4.6 APÊNDICE 1 - DADOS ÚTEIS	67
5 Polarização da Luz	68
5.1 Introdução	68
5.2 Polarizador e a Lei de Malus	69
5.3 Placas de Onda	72
5.3.1 Placas de Meia Onda	73
5.3.2 Placas de Quarto de Onda	74
5.4 Ângulo de Brewster	75
5.5 Procedimento experimental	77
5.5.1 Polarizador	77
5.5.2 Determinação do fator de transmissão do polarizador 1	78
5.5.3 Lei de Malus	79
5.5.4 Luz transmitida por dois polarizadores	79
5.5.5 Análise qualitativa do efeito da Placa de meia onda	80
5.5.6 Análise quantitativa do efeito da placa de meia onda	80
5.5.7 Codificação ótica de informação	81
5.5.8 Ângulo de Brewster	82
5.6 Referências Bibliográficas e Fontes das Figuras	83

Informações Gerais

A Aulas

O período letivo será dividido em duas partes. Ao final de cada parte será realizada uma avaliação de laboratório (prova).

B Presença e atrasos

O número máximo de faltas é de 25% das aulas práticas, ou seja, **duas aulas durante o semestre**. As aulas de laboratório devem iniciar rigorosamente no horário estabelecido. **O estudante que se atrasar entre 15 e 30 minutos , além do horário da aula, receberá 1/2 falta. O estudante que se atrasar além de 30 minutos receberá 1 falta inteira. Mais de 2 faltas (2 faltas e 1/2 ou mais) acarretam reprovação na matéria.**

C Experimentos

Os alunos deverão se preparar previamente lendo e entendendo o roteiro correspondente ao experimento a ser realizado no laboratório, uma vez que não há tempo para uma explicação detalhada durante a aula. O roteiro está disponível na página do curso. Em cada sala de aula estarão montadas até 6 bancadas. Preferencialmente deve haver no máximo 3 alunos por bancada.

Em cada horário poderão existir duas turmas (A e B). Como as experiências são independentes, as turmas A e B terão algumas práticas alternadas conforme o cronograma disponível na página do curso: <http://fisexp4.if.ufrj.br>. Os experimentos terão duração de duas semanas.

D Relatórios

Deverá ser entregue no final da segunda aula, um relatório por bancada. Os alunos de cada bancada terão que entregar o relatório juntos, com assinatura no final da aula. **E da responsabilidade de cada bancada trazer o relatório parcialmente preenchido na segunda aula de cada experimento.** É aconselhável tirar fotos o Xerox do relatório no final da primeira aula prática de cada módulo.

Os relatórios serão corrigidos e receberão nota. A média das notas dos relatórios entrará na composição da nota final, conforme os critérios descritos no item *Critério de Aprovação*.

Os relatórios seguiram o formato dos modelos disponíveis na página da Fisexp 4: <http://fisexp4.if.ufrj.br> (Aba: Material Didático Fisexp 4 Presencial).

E Avaliação

- (a) Provas (P): As duas provas serão aplicadas no formato presencial. A prova P1 terá a forma de prova oral, consistindo numa entrevista de duração curta (tipicamente de 10-15mn). A prova oral envolverá a realização prática de uma experiência, complementada por perguntas tratando do conhecimento e do entendimento das experiências do curso e dos conceitos físicos relacionados. Os programas da prova P1 e da prova P2 serão respectivamente as três primeiras experiências do curso (= 5 aulas práticas) e as duas últimas experiências do curso (= 4 aulas práticas). As provas P1 e P2 se darão com roteiro fechado. **Cada prova (P1 e P2) terá nota máxima igual a 10 e cada prova terá peso de 40% na nota final.**
- (b) Relatórios (R): Como comentado acima, os relatórios serão corrigidos e receberão nota, que irá compor a nota final (N) do curso. A **média das notas dos relatórios** definirá **uma nota complementar** de no máximo 10 pontos e **com peso de 20% na nota final**. Relatório não entregue entrará no cálculo da média com nota de 0.

F Critério de Aprovação

Serão aprovados os alunos que satisfizerem aos seguintes critérios:

- (a) Comparecerem a pelo menos 75% das aulas (até 2 faltas).
(b) Obtiverem nota final (N) superior ou igual a 5.

A nota final (N) será computada da seguinte maneira:

$$N = 0.4 \times (P_1 + P_2) + 0,2 \times MR \leq 10,$$

onde *MR* é a média das notas dos relatórios cuja nota vale no máximo 10 pontos.

IMPORTANTE:

CONFORME DIRETRIZES DA UFRJ EM VIGOR, O USÓ DE MASCÁRA, BEM AJUSTADA, COBRINDO BOCA E NARIZ É OBRIGATÓRIO DURANTE AS AULAS.

CADA GRUPO DEVERÁ VERIFICAR A BOA CONDIÇÃO DO EQUIPAMENTO NO INÍCIO DA AULA E SERÁ RESPONSÁVEL PELA ORGANIZAÇÃO DO MATERIAL AO DEIXAR A BANCADA.

NÃO SERÁ PERMITIDO TRAZER COMIDA OU BEBIDA (COM EXCEÇÃO DE UMA PEQUENA GARRAFA DE ÁGUA) NAS DEPENDÊNCIAS DO LABORATÓRIO.

Sobre a Apresentação e a Análise de Dados

1. - **Toda** medida tem uma incerteza (estatística) associada a ela:

- incerteza da medida direta: associada ao processo de medida em si: instrumento + processo de medida.
- incerteza propagada: quando calculamos uma grandeza f que é função de uma ou mais grandezas (x, y, \dots) que possuem incertezas ($\sigma_x, \sigma_y, \dots$), estas incertezas são propagadas para f usando-se a expressão:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y \right)^2 + \dots$$

onde supomos que as variáveis x, y, \dots são independentes.

Exemplo: medimos velocidade v e massa m , as quais possuem incertezas σ_v e σ_m .

Calculamos a energia cinética $T = \frac{1}{2}mv^2$. A incerteza na energia cinética será:

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &= \left(\frac{\partial T}{\partial m} \sigma_m \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial v} \sigma_v \right)^2 \\ \sigma_T^2 &= \left(\frac{1}{2}v^2 \sigma_m \right)^2 + (mv \sigma_v)^2 \end{aligned}$$

- incerteza proveniente do ajuste de uma função (nos nossos estudos, normalmente uma reta) → método dos mínimos quadrados.
- melhor aproximação para N resultados de medições de uma mesma grandeza y : se realizarmos N medições de uma grandeza y e obtivermos os resultados y_i com respectivas incertezas σ_i ($i = 1, \dots, N$), a melhor aproximação para o valor de y é a média ponderada

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i y_i}{\sum_{i=1}^N p_i}; \quad p_i = 1/\sigma_i^2,$$

e a incerteza $\sigma_{\bar{y}}$ de \bar{y} é dada por $\sigma_{\bar{y}}^2 = 1/\sum_{i=1}^N p_i$. Notem que, se os resultados das N medições tiverem incertezas idênticas $\sigma_i = \sigma$, a melhor aproximação para o valor de y se reduzirá à média simples $\bar{y} = \sum_{i=1}^N y_i/N$, com incerteza $\sigma_{\bar{y}} = \sigma/\sqrt{N}$.

- incerteza de medidas idênticas: Quando se realizam N medições idênticas de uma grandeza, espera-se que a incerteza estatística de cada medição seja a mesma. Se pudermos desprezar as incertezas relacionadas aos instrumentos de medida, tomamos como incerteza de cada medição o desvio padrão:

$$\sigma_{DP} \approx \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (1)$$

A incerteza **de cada** medição, neste caso, é $\sigma = \pm\sigma_{DP}$. Note, no entanto, que a incerteza relacionada ao valor médio das N medições é dado por σ_{DP}/\sqrt{N} , conforme a discussão no item anterior.

2. **Tabelas:** - todas as grandezas devem vir acompanhadas das incertezas e unidades. Exemplo:

i (cm)	o (cm)	f (cm)
$39,6 \pm 0,4$	$5,4 \pm 0,4$	$4,7 \pm 0,3$
$15,7 \pm 0,3$	$7,3 \pm 0,3$	$5,0 \pm 0,1$

onde o valor de f foi obtido a partir da expressão

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow f = \frac{io}{i+o}$$

Mostre que

$$\sigma_f^2 = \left[\frac{i^2}{(i+o)^2} \sigma_o \right]^2 + \left[\frac{o^2}{(i+o)^2} \sigma_i \right]^2$$

3. Algarismos significativos:

- calcular incerteza
- apresentar incerteza com 1 ou **no máximo** 2 algarismos significativos.
- apresentar a medida com o número de algarismos significativos correspondente à incerteza.
- Marque se correto ou errado e dê o motivo:
 - $12,34 \pm 0,001$
 - $12,345 \pm 3,22$
 - $12,345 \pm 3,2$

- $12,34 \pm 0,02$
- 12346 ± 1334
- $(12 \pm 1) \times 10^3$

4. Comparação do valor obtido através de medidas com um valor esperado:

A resposta “está próximo do valor esperado” não é aceitável.

Comparações devem ser feitas de forma quantitativas. Por exemplo, vamos supor que para uma grandeza f temos o valor de referência $f_{referência} = 10,3$ cm, e o valor medido $f_{medido} = 11,0 \pm 0,3$ cm. Aqui assumimos que o desvio padrão da medida é igual a incerteza: $\sigma = 0,3$ cm. A **discrepância** é

$$D_f = |f_{medido} - f_{referência}| = 0,7 = 2,3\sigma \quad (2)$$

Podemos dizer que o valor medida é compatível dentro de 3σ , ou seja, dentro de 3 desvios padrões.

Podemos também calcular a **discrepância relativa**:

$$DR_f = \frac{|f_{medido} - f_{referência}|}{f_{referência}} = 0,07, \quad (3)$$

ou seja, os valores são diferentes por 7% do valor de referência. Podemos comparar com o erro relativo de $\delta = 0,3$ cm / 11,0 cm = 0,03, e concluir que a discrepância relativa foi $2,3 \delta$.

5. Gráficos:

- grandeza e unidades nos eixos
- escolha adequada de escala
- barras de erro
- marcar nos eixos valores redondos e não os pontos da tabela
- usar pontos da reta para obter coeficiente angular e não os pontos da tabela
- **atenção:** o coeficiente angular a da reta $y = ax + b$ geralmente tem unidade, já que $a = \Delta y / \Delta x$, e as grandezas Δy e Δx podem ter unidades diferentes. Por exemplo, considere o gráfico $x \times t$, onde x é a posição, em metros (m), no instante de tempo t , medido em segundos (s), de uma partícula em movimento retilíneo uniforme. Esse gráfico será uma reta, e seu coeficiente angular $\Delta x / \Delta t$, que corresponde à velocidade da partícula, conseqüentemente, será dado em metros por segundo (m/s).
- incerteza no coeficiente angular sai do método dos mínimos quadrados. Em alguns casos sugeriremos uma porcentagem do valor do coeficiente angular.

Experimento 1

ÓTICA GEOMÉTRICA

1.1 Introdução

Ótica é parte da física que estuda o comportamento da luz. Este estudo compreende a propagação, a interação com a matéria e a construção de instrumentos que utilizam ou detectam a luz. Sendo a luz uma onda eletromagnética, a maior parte dos fenômenos óticos pode ser descrita pelo eletromagnetismo clássico. Em particular, a ótica descreve o comportamento da radiação na faixa de frequências que inclui o visível, o ultravioleta e o infravermelho de acordo com o diagrama espectral da Fig. 1.1. No entanto, a descrição eletromagnética nem sempre é

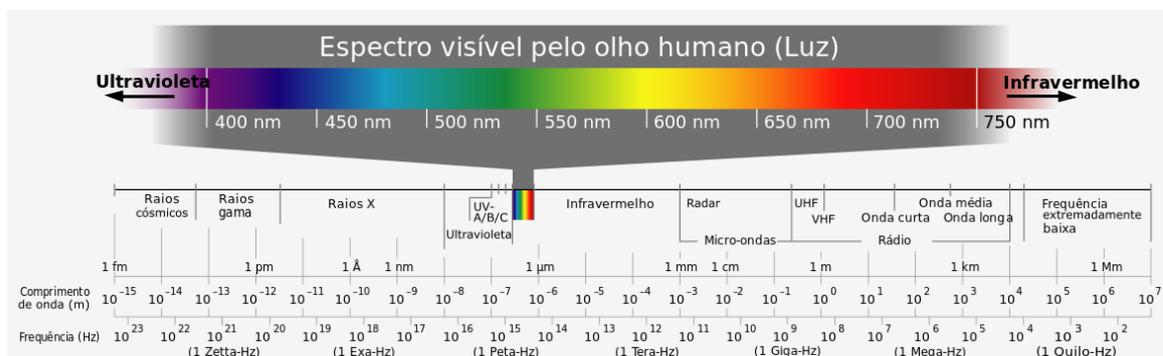


Figura 1.1: Espectro eletromagnético

a mais conveniente para se descrever o comportamento da luz. Em certas aplicações práticas, podemos utilizar um modelo simplificado denominado *ótica geométrica*. Neste modelo, a luz é tratada como um conjunto de raios que se propaga em linha reta e cuja direção pode ser alterada pela transmissão ou reflexão em superfícies como lentes e espelhos. Nas situações onde o caráter quântico da matéria e/ou da luz (conceito de fóton) precisam ser levados em conta, se faz necessário o uso da ótica quântica, que se utiliza da eletrodinâmica quântica para tratar sistemas óticos.

Neste módulo nos concentraremos na ótica geométrica, mais especificamente no estudo de alguns instrumentos óticos simples. Introduziremos alguns conceitos básicos a respeito da formação de imagens em lentes delgadas e funcionamento do olho humano, para posteriormente discutir o princípio de funcionamento da lupa, do projetor e do microscópio composto.

1.1.1 Formação da imagem em lentes delgadas

Dentro dos limites da ótica geométrica, a equação que determina a posição em que se formará uma imagem nítida de um objeto através de uma lente fina esférica é:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}, \quad (1.1)$$

onde o é a distância do objeto à lente, i é a distância da imagem à lente e f é a distância focal da lente, como mostra a Fig. 1.2. A distância focal da lente corresponde à distância

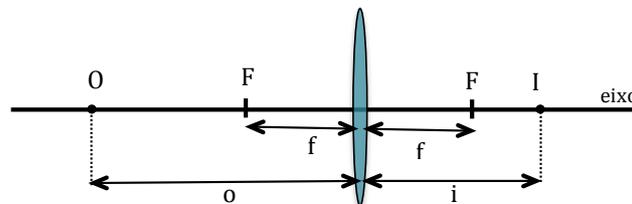


Figura 1.2: Relação entre as distâncias o , i e f .

entre a lente e o foco F , que é a posição no eixo onde se forma a imagem de objetos muito distantes. As lentes simétricas, como a da Fig. 1.2, possuem dois focos em posições espelhadas. Na configuração desta figura, o foco à esquerda (direita) da lente é denominado foco objeto (imagem). A denominação é invertida caso o objeto esteja à direita da lente. O uso dessa equação é limitado ao caso de raios que incidem na lente sob pequenos ângulos (raios paraxiais). Quando esta condição não é satisfeita, o objeto não dará origem a uma imagem nítida. Este efeito denomina-se *aberração esférica*.

Para o uso correto da Eq. (1.1), a seguinte convenção de sinais deve ser utilizada: distância objeto o positiva à esquerda da lente, distância imagem i positiva à direita da lente e distância focal f positiva à direita da lente. A distância focal de uma lente convergente é positiva e de uma lente divergente negativa.

Podemos localizar a imagem de qualquer ponto do objeto fora do eixo através da interseção de raios traçados de acordo com as regras a seguir:

- Um raio paralelo ao eixo da lente converge para o foco.
- Um raio que passa pelo centro da lente não altera sua direção.
- Um raio que passa pelo foco emerge da lente paralelo ao eixo.

A seguir veremos alguns exemplos de formação de imagem pelo método de raios.

Exemplo 1: Lente convergente, objeto posicionado antes do foco.

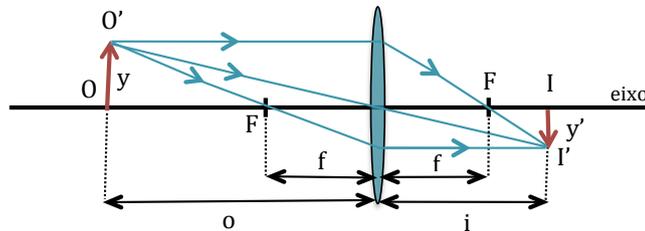


Figura 1.3: Formação da imagem pela lente convergente. Distância do objeto $o > f$.

Verifica-se que neste caso a imagem formada é real (pode ser projetada sobre um anteparo), invertida e menor que o objeto, como mostra a Fig. 1.3. Nesta situação nem sempre a imagem é menor que o objeto. Se o objeto estiver a uma distância $f < o < 2f$ da lente sua imagem será maior, como veremos mais adiante.

De fato, apenas dois raios são suficientes para determinar a imagem de um objeto, então a partir de agora utilizaremos apenas os raios traçados de acordo com as duas primeiras regras. No entanto, vale notar que o traçado de um único raio, de acordo com a *terceira* regra, determina completamente o tamanho da imagem, embora não saibamos sua posição.

Exemplo 2: Lente convergente, objeto posicionado depois do foco.

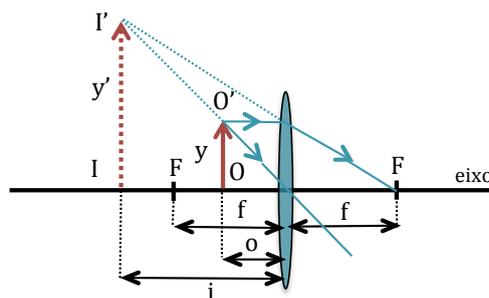


Figura 1.4: Formação da imagem pela lente convergente. Distância do objeto $o < f$.

Verifica-se que neste caso a imagem formada é virtual (pelo prolongamento dos raios), não invertida e maior que o objeto, como mostra a Fig. 1.4.

Exemplo 3: Lente divergente, objeto posicionado antes do foco

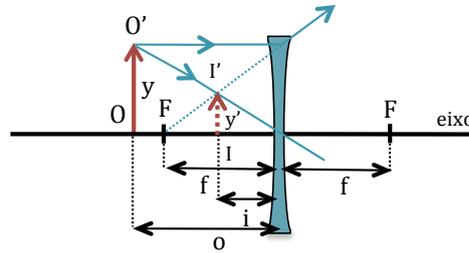


Figura 1.5: Formação da imagem pela lente divergente.

Verifica-se que neste caso a imagem formada é virtual (pelo prolongamento dos raios), não invertida e menor que o objeto, como mostra a Fig. 1.5. As propriedades da imagem são as mesmas se o objeto estiver posicionado depois do foco.

Usando semelhança de triângulos, é possível mostrar que, em qualquer caso, o aumento lateral m da imagem é dado por:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{i}{o}, \quad (1.2)$$

Notamos que o sinal de m pode ser tanto positivo como negativo. Um aumento lateral m *positivo* significa uma imagem direta, ou seja no mesmo sentido que o objeto. Um aumento lateral m *negativo* significa uma imagem invertida, ou seja no sentido contrário do objeto. Uma imagem *ampliada* corresponde a $|m| > 1$.

É usual se caracterizar uma lente, através da chamada *potência* da lente, definida como o inverso de sua distância focal, medida em metros. A unidade de potência de uma lente é, portanto, m^{-1} , que é chamada de dioptria.

1.1.2 Noções sobre o olho humano

Um esquema simplificado do olho humano é apresentado na Fig. 1.6.

O olho é constituído por uma lente fixa denominada *córnea* e outra flexível denominada *crystalino*, cujo foco pode ser variado através dos *músculos ciliares*. A *íris* é um diafragma, cuja abertura, denominada *pupila*, aumenta ou diminui conforme a luminosidade. A *retina*, constituída de células fotossensíveis, faz o papel de anteparo onde a imagem real dos objetos é projetada. Essa informação é transmitida para o cérebro através do *nervo ótico*.

Em um olho normal, quando o músculo ciliar está relaxado, a imagem de objetos localizados no infinito (muito distantes) é focalizada na retina. Quando o olho está relaxado, a posição O dos objetos que têm sua imagem focalizada na retina é chamada de *ponto distante* p_d . Portanto, para um olho normal, p_d está localizado no infinito (na prática, todos os pontos localizados a uma distância maior que cerca de 5 metros satisfazem essa condição). Quando o objeto se aproxima do olho, a partir do ponto distante, o músculo ciliar se contrai, aumentando a curvatura

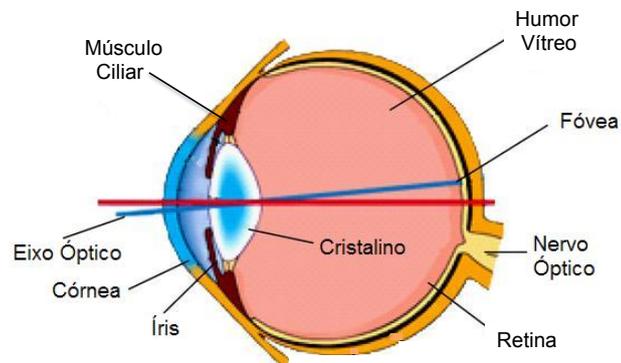


Figura 1.6: Olho humano

do cristalino, que se comporta como uma lente convergente, diminuindo sua distância focal, de modo que a imagem permaneça nítida na retina (se isso não acontecesse, a imagem do objeto seria focalizada após a retina). Este processo, denominado de *acomodação*, permite que uma pessoa normal possa ver com nitidez objetos localizados em posições que vão desde distâncias muito grandes até um *ponto próximo* d_0 que em geral aumenta com a idade da pessoa, sendo em torno de $d_0 \approx 25$ cm para visão normal.

1.1.3 Defeitos da visão: miopia e hipermetropia

Em uma pessoa míope (hipermétrope), mesmo com o músculo ciliar completamente relaxado, a imagem de objetos localizados no infinito (muito distantes) é focalizada antes (depois) da retina, o que pode ser corrigido através de lentes divergentes (convergentes), conforme mostram as Figs. 1.7 e 1.8. A causa mais comum desses defeitos é uma deformação do olho, que modifica a distância entre a retina e o cristalino. Tornando-a maior, no caso da miopia, e menor, no caso da hipermetropia.

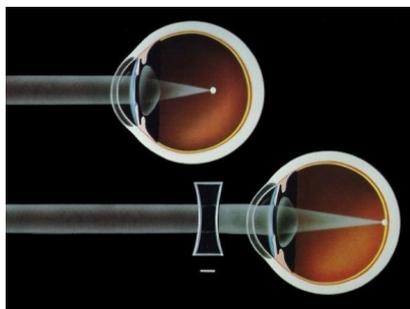


Figura 1.7: Miopia e correção

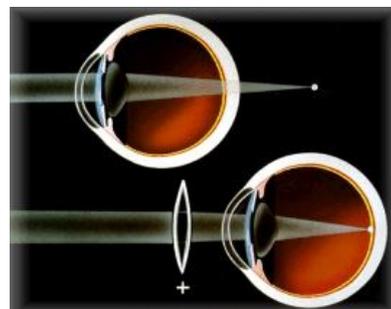


Figura 1.8: Hipermetropia e correção

Correção da miopia

Como no olho míope a imagem de objetos muito distantes é focalizada antes da retina, quando o olho está relaxado, isso significa que o ponto distante p_d não está localizado no infinito. Qualquer objeto localizado a uma distância maior que esse ponto parecerá desfocado, já que o olho não tem mais como aumentar sua distância focal (já está completamente relaxado). No entanto, objetos localizados a uma distância menor que p_d aparecerão nítidos, devido ao processo de acomodação (contração do músculo ciliar).

Para corrigir a miopia de um olho com ponto distante p_d necessitamos de uma lente divergente que satisfaça duas condições:

1. Preserve o tamanho aparente dos objetos (os objetos distantes devem ficar nítidos, mas não devem parecer maior ou menor que na ausência da lente).
2. Forme uma imagem virtual não invertida de objetos muito distantes a uma distância p_d do olho. Esta imagem servirá de objeto para o olho, que poderá, então, formar uma imagem nítida do mesmo na retina, mesmo quando o nervo ciliar estiver relaxado.

A primeira condição é satisfeita escolhendo-se adequadamente a distância entre a lente divergente e o sistema córnea-cristalino. Pela Fig. 1.3, vemos que o raio que sai da extremidade de um objeto, passando pelo foco da lente, emerge paralelo a seu eixo determinando completamente o tamanho da imagem. Além disso, na mesma figura, vemos que o raio que passa pelo centro da lente não tem sua direção de propagação modificada. Logo o centro da lente divergente deve ser posicionado no foco objeto F_C do sistema córnea-cristalino. Assim, sua presença não modificará a direção de propagação do raio que sai da extremidade do objeto e que passa por F_C , emergindo do cristalino paralelo ao eixo do sistema ocular. Como esse raio determina o tamanho da imagem, ela continuará com o tamanho que teria na ausência da lente.

A segunda condição é satisfeita escolhendo adequadamente a distância focal da lente divergente f_D . Raios provenientes de objetos muito distantes atingem a lente paralelos ao eixo. De acordo com a Fig. 1.5, a imagem de um raio paralelo ao eixo é formada no foco. Assim o foco da lente divergente F_D deve coincidir com o ponto distante do olho p_d .

O esquema para correção da miopia, satisfazendo as duas condições anteriores está representado na Fig. 1.9. Portanto, o foco da lente divergente f_D é dado por:

$$f_D = -(p_d - f_C) \quad (1.3)$$

Tipicamente, $f_C \approx 16 \text{ mm}$. Se, por exemplo, o ponto distante de um olho é $p_d = 2 \text{ m}$, a distância focal da lente divergente corretora deverá ser $f_D \approx -1,98 \text{ m}$. Essa lente tem uma potência de, aproximadamente, $-0,5$ dioptria. É esse valor que aparece na prescrição de óculos.

1.1.4 Noções sobre instrumentos óticos

São denominados *instrumentos óticos* àqueles que têm por finalidade captar, ampliar ou reduzir a imagem de objetos. Nesta seção discorreremos brevemente sobre instrumentos comumente

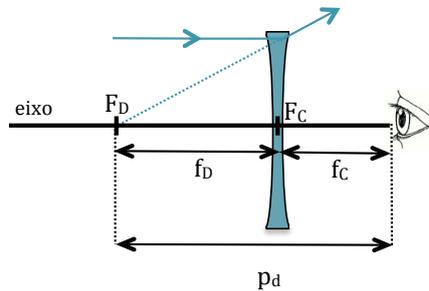


Figura 1.9: Esquema para correção da miopia

utilizados quando o objeto de interesse se encontra a pequena distância (em comparação com as distâncias focais envolvidas) dos elementos óticos.

Lupa ou microscópio simples

O tamanho aparente de um objeto está diretamente relacionado ao tamanho de sua imagem na retina e é tanto maior quanto mais próximo o objeto estiver da vista, como ilustra a Fig. 1.10.

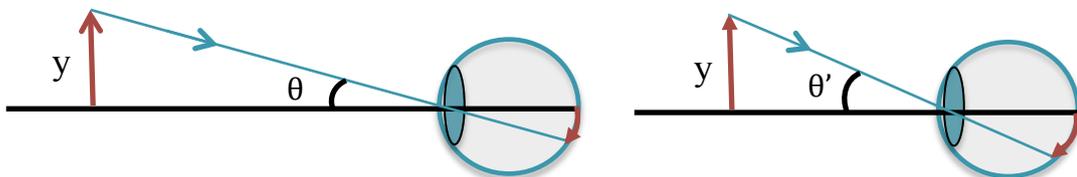
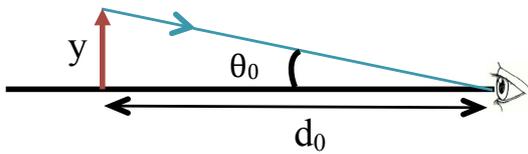


Figura 1.10: Tamanho aparente de um objeto

Sendo assim, uma medida adequada para a dimensão da imagem é dada pelo *ângulo visual* θ , o ângulo subtendido pelo objeto no olho. Conforme a Fig. 1.11, no caso de objeto de altura y no ponto próximo d_0 , teremos, supondo $y \ll d_0$:

É possível aumentar o tamanho aparente de um objeto utilizando uma lente convergente, que nesta configuração recebe a denominação de *lupa* ou *microscópio simples*. A posição do objeto é tal que $o < f$ e a imagem ampliada virtual se situa a uma distância maior que o ponto próximo d_0 , de acordo com a Fig. 1.12.

O novo ângulo visual θ e a magnificação M com relação à situação anterior serão dados,



$$\theta_0 \approx \arctan \theta_0 = \frac{y}{d_0}. \quad (1.4)$$

Figura 1.11: Ângulo visual

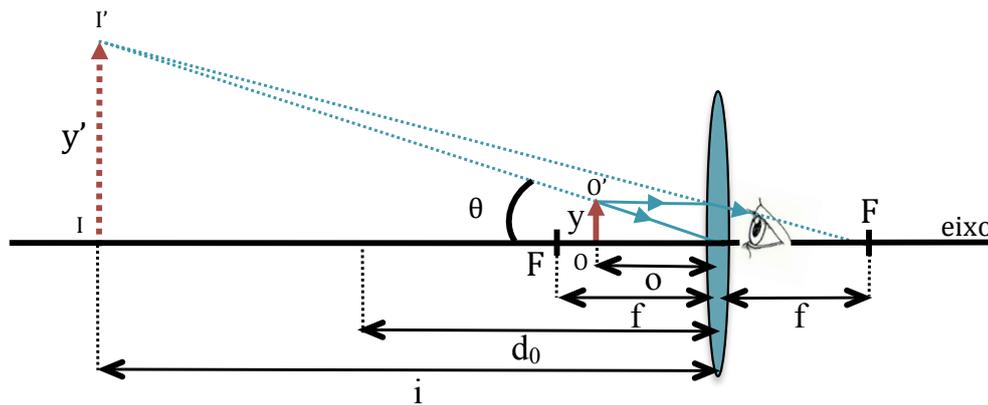


Figura 1.12: Lupa ou microscópio simples

respectivamente, por:

$$\theta \approx \arctan \theta = \frac{y}{o}, \quad (1.5)$$

$$M = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{d_0}{o}. \quad (1.6)$$

Se posicionarmos o objeto no foco, de acordo com a Eq. (1.1), a imagem se formará no infinito e teremos:

$$M = \frac{d_0}{f}. \quad (1.7)$$

O interessante de colocar o objeto no foco é que o olho quando relaxado está focalizado no infinito. Pela expressão de M , dada pela Eq. (1.7), verifica-se que quanto menor a distância focal f , maior a magnificação. Entretanto, as aberrações esféricas aumentam quando f diminui limitando a utilização da lupa. Veremos adiante que esta limitação de aumento pode ser contornada utilizando duas lentes convergentes.

Projektor

A ideia básica de um projetor é produzir uma imagem real ampliada de um objeto próximo, de modo que possa ser projetada em uma tela. Em sua forma mais elementar, consiste de uma

lente convergente, sendo o objeto posicionado a uma distância da lente $f < o < 2f$, como ilustra a Fig. 1.13. Nota-se que a imagem obtida é indireta, ou seja tem uma aumento lateral m negativo e maior que um em valor absoluto.

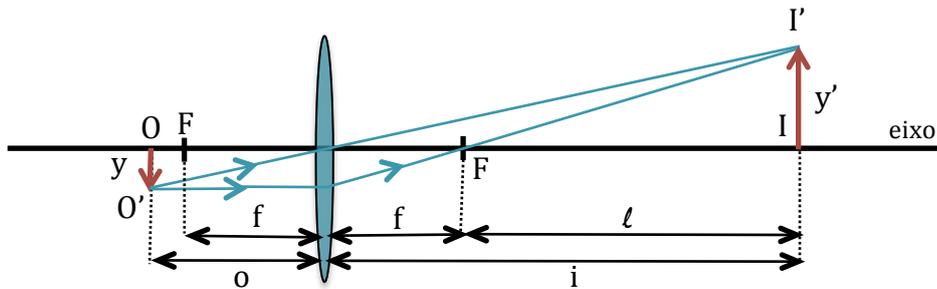


Figura 1.13: Ampliação da imagem em um projetor.

Por semelhança de triângulos, verifica-se que a magnificação, além da Eq. (1.2), pode ser calculada como:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{(f - i)}{f} = -\frac{\ell}{f}. \quad (1.8)$$

Microscópio composto

O *microscópio composto* usa duas lentes convergentes. A lente mais próxima do objeto, denominada como *objetiva*, desempenha um papel análogo à um projetor: ela produz uma imagem real invertida e ampliada. A lente mais próxima do olho, denominada como *ocular*, desempenha um papel análogo à uma lupa: ela produz uma imagem virtual direta e ampliada. A imagem da lente objetiva serve de objeto para a lente ocular. Para obter-se uma magnificação optimal da lente ocular, é fundamental que a imagem da lente objetiva seja no plano focal da lente ocular. Esta configuração produz uma imagem final virtual e no infinito, podendo ser observada de forma confortável.

Utilizando as Eqs. (1.8) e (1.7), sendo f_{ob} e f_{oc} as distâncias focais da objetiva e da ocular, os aumentos laterais correspondente às lentes objetivas e oculares são dados, respectivamente, por:

$$m = -\frac{\ell}{f_{ob}}, \quad (1.9)$$

$$M = \frac{d_0}{f_{oc}}, \quad (1.10)$$

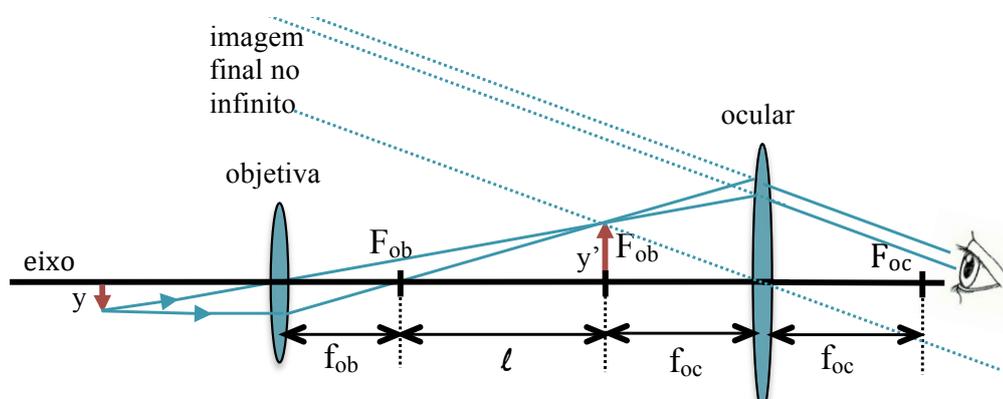


Figura 1.14: Microscópio composto.

de forma que a ampliação total do microscópio A é dada pelo valor absoluto do produto dos dois:

$$A = |mM| = \frac{\ell d_0}{f_{ob}f_{oc}}, \quad (1.11)$$

onde ℓ é aproximadamente o comprimento do tubo do microscópio. Num microscópio real, tanto a “lente” objetiva como a “lente” ocular correspondem à um sofisticado conjunto de lentes em vez de uma lente só. Esta sofisticação tem por objetivo de corrigir as aberrações óticas.

1.2 Procedimento experimental

Confira todo o material antes de iniciar e o organize depois que finalizar a experiência. Avise ao professor no início da aula se faltar algum item. O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 1.15. Encaixe as lentes sempre na parte posterior da base e posicione as bases junto à escala do trilho, para obter um bom alinhamento do sistema ótico. Evite contato manual com as superfícies das lentes.

1.2.1 Determinação da distância focal da lente convergente

1. Coloque a fonte de luz, que atuará como objeto, com sua saída voltada para o trilho.
2. Procure alinhar o feixe de luz com a direção definida pelo trilho.
3. Coloque o anteparo à distância inicial $D = 35$ cm do objeto.
4. Mova a lente, de forma a obter uma imagem nítida do objeto. Isto deve ocorrer para duas posições bem distintas da lente. Repita o procedimento a seguir para as duas posições.

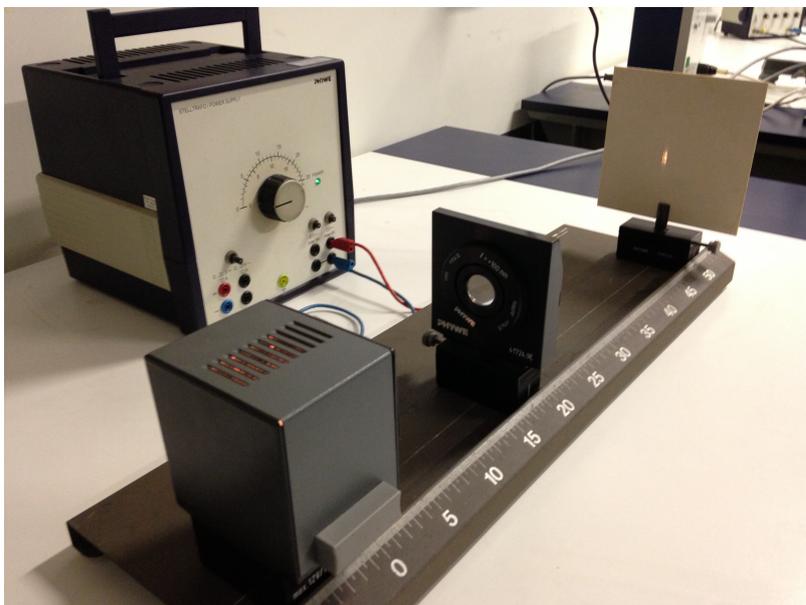


Figura 1.15: Aparato Experimental.

5. Meça a distância o entre o objeto e a lente. A incerteza σ_o será determinada pela incerteza em sua leitura da posição da lente.
6. Repita os passos anteriores para $D = 25$ cm.
7. Para cada um dos quatros valores medidos determine f pela Eq. (1.1) e sua incerteza σ_f pela propagação das incertezas σ_o e σ_j .
8. Use os dados da tabela para determinar com mais precisão a distância focal f_{conv} e sua incerteza $\sigma_{f_{conv}}$ pelo método da melhor aproximação. Calcule a discrepância D_f em relação ao valor de referência $f_{ref} = 5$ cm (vide a seção "Sobre a apresentação e a análise de dados", no início do roteiro de Física Experimental IV). Comente o resultado.
9. Com base na Eq. (1.1), explique porquê há duas posições diferentes (em vez de uma, por exemplo) da lente para a qual se forma uma imagem nítida quando o anteparo está em uma posição fixa. Sera que ha sempre duas posições? Teste experimentalmente a existência destas duas posições. Se der tempo no final da aula, desenvolva um raciocínio e um cálculo em Anexo para discutir isso.

1.2.2 Ampliação da imagem em um projetor e determinação indireta do diametro do bulbo da lampada

O princípio de um projetor é apresentar uma imagem ampliada de um determinado objeto.

1. Com base nas equações 1.1 e 1.2, determine a distância entre o objeto e a lente convergente de distância focal $f_{ref} = 5$ cm e entre a lente e a imagem de modo que a imagem da lâmpada apresente uma ampliação por um fator de 3 (com a imagem eventualmente invertida). Discute em particular o sinal do aumento lateral m . É possível obter uma imagem direta, real e ampliada com uma lente convergente? Argumente detalhadamente a sua resposta.
2. Determinação indireta do diâmetro do bulbo da lâmpada (conforme a Figura 1.16): Medindo o tamanho da imagem do bulbo da lâmpada, e usando o fator de ampliação do item anterior, deduza o diâmetro da lâmpada e calcule a discrepância D_f entre o valor de d obtido experimentalmente e o valor de referência $d_{ref} = 8.42$ mm. Os valores experimentais das distâncias o e i para obter-se uma imagem nítida no anteparo não serão rigorosamente iguais às distâncias inicialmente planejadas. Por isso, é preciso uma determinação experimental do aumento lateral m finalmente obtido. Comente os resultados.

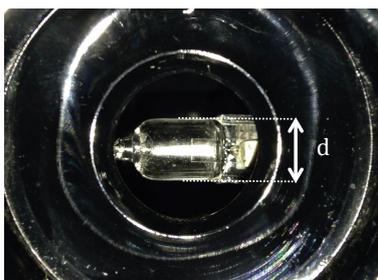


Figura 1.16: Diâmetro do bulbo da lâmpada.

1.2.3 Projeto de um microscópio composto

1. Com base nas Eq. (1.11) e Eq. (1.1), considerando as lentes disponíveis na sua bancada e o tamanho do trilho, projete um microscópio composto cujo ampliação de um objeto de amostra seja $A = 15$. O projeto corresponde à especificação das distâncias focais da lente ocular f_{oc} , da lente objetiva f_{ob} , do comprimento do tubo do microscópio ℓ e da distância do objeto à lente objetiva o_{am} . Considere $d_0 = 25$ cm. Detalhe os calculos usados.
2. Faça um desenho em escala 4:1 do esquema experimental apresentando o valor real de todas as distâncias envolvidas e as distâncias focais da lentes utilizadas. Utilize como objeto a seta desenhada. Faça o traçado dos raios como na Fig. 1.14.
3. Posicione o trilho perpendicularmente à parede. A extremidade oposta à parede deve coincidir com a borda da bancada.
4. Posicione a lente ocular na extremidade do trilho oposta à parede.

5. Posicione a lente objetiva de acordo com seus cálculos.
6. Posicione no trilho, de acordo com seus cálculos, a base da amostra a ser examinada pelo seu microscópio (neste caso a amostra fará o papel de objeto e não a lâmpada) . Posicione a lâmpada o mais próximo possível da parte posterior da amostra.
7. Olhando a imagem através da lente ocular, faça ajustes finos na posição da base da amostra de modo a visualizar uma imagem nítida.
8. A amostra contém um texto. Desloque gradativamente o suporte circular da amostra (fixado magneticamente) até visualizar completamente o texto através do microscópio. Transcreva o texto no relatório.
9. Chame seu professor para verificar a qualidade da imagem ampliada, atribuindo um parecer, e dar um visto no seu relatório.

1.2.4 Defeito da visão míope e correção

Neste etapa vamos simular um olho portador de miopia usando nosso aparato experimental. A seguir procederemos à correção deste defeito de visão utilizando uma lente conveniente a ser determinada experimentalmente. Uma lente convergente de distância focal $f_C = 5$ cm desempenhará o papel do sistema córnea-cristalino relaxado e o anteparo funcionará como a retina.

1. Posicione o objeto na frente da lente convergente de foco $f_{ref} = 20$ cm, a uma distância igual $\tilde{\Delta}$ distância focal da mesma. Isso fará com que o objeto pareça estar a uma distância muito grande da lente que desempenhará o papel do sistema córnea-cristalino.
2. Posicione no trilho a lente que fará o papel do sistema córnea-cristalino. Como os raios emergem aproximadamente paralelos da primeira lente, a segunda não precisa estar a uma distância específica da primeira lente, mas ao posicioná-la deixe espaço para a inserção da lente corretora, levando em conta as distâncias focais das lentes divergentes na sua bancada.
3. Determine experimentalmente a distância i entre a lente que faz o papel do sistema córnea-cristalino e o anteparo, quando uma imagem nítida é formada sobre o mesmo. Estime a incerteza σ_i . Teoricamente, qual deveria ser o valor de i ? Calcule a discrepância D_i entre o valor de i obtido experimentalmente e o valor teórico i_{teo} . Compare e comente.
4. Para simular o defeito da visão míope, desloque o anteparo (retina) para a posição $i + 2,5$ cm. Verifique que a imagem fica fora de foco.
5. Calcule o valor p_d do ponto distante do sistema lente-anteparo, que está desempenhando o papel do olho míope. Exponha o raciocínio em Anexo. Alternativamente, voce pode determinar esta distância p_d experimentalmente, explicando em Anexo o procedimento adotado. De posse desse valor, determine o valor da distância focal f_D e da potência p_D

da lente divergente corretora, que deverá ser posicionada no foco objeto F_C da lente que faz o papel do sistema córnea-cristalino.

6. Posicione a lente corretora adequadamente e faça pequenos ajustes em sua posição, até que a imagem fique novamente nítida no anteparo. Anote o valor d da distância entre a lente corretora e a lente convergente e estime sua incerteza σ_d . Calcule a discrepância D_d entre o valor de d obtido experimentalmente e o valor teórico. Compare e comente.

1.3 Referências Bibliográficas e Fontes das Figuras

1. Curso de Física Básica - Ótica, Relatividade, Física Quântica, H. Moyses Nussenzveig, Editora Edgard Blücher Ltda, 1998.
2. Optica e Fotônica, Mário Ferreira, Lidel - Edições Técnicas, 2003.
3. Ótica e Física Moderna, D. Halliday e R. Resnick, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1991
4. Optics, Eugene Hecht, Addison-Wesley Publishing Company, 2001
5. Fig. 1.1: <http://commons.wikimedia.org>
6. Fig. 1.6: <http://www.gta.ufrj.br>
7. Fig. 1.7 - <http://www.infoescola.com>
8. Fig.1.8 - <http://www.infoescola.com>

Experimento 2

ÓTICA ONDULATÓRIA: INTERFERÊNCIA E DIFRAÇÃO

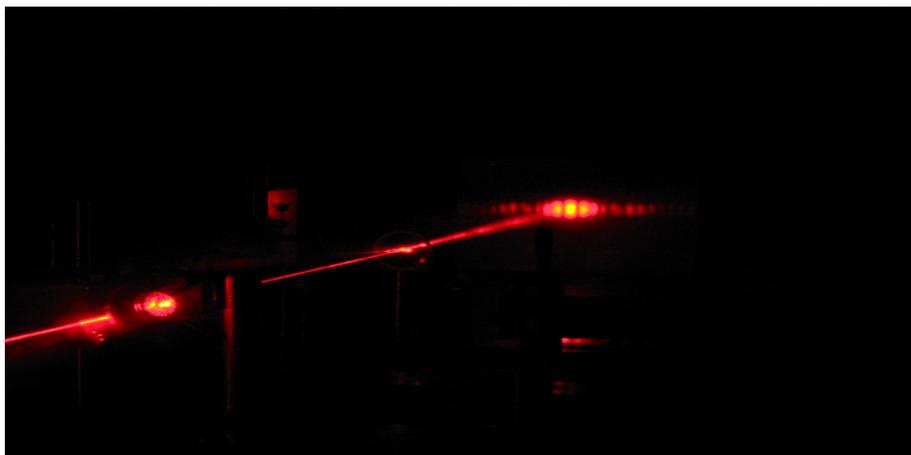


Figura 2.1: Um feixe de laser incide numa fenda dupla de Young, produzindo franjas de interferência no anteparo (lado direito). Foto tirada no laboratório de C. H. Monken, UFMG.

2.1 Introdução

A ótica é o estudo da propagação da luz, ou mais geral, da propagação da radiação eletromagnética. A ótica descreve diversos fenômenos, tais como refração, reflexão, difração, interferência e a interação da luz com a matéria. O estudo da ótica se divide em três regimes: a ótica geométrica ou ótica de raios, a ótica ondulatória ou ótica física e a ótica quântica. A ótica geométrica trata a luz como um conjunto de raios que se propagam em linha reta de acordo com o princípio de Fermat e descreve adequadamente os fenômenos de refração, reflexão, e a formação de imagens por sistemas de lentes e espelhos, como vimos no capítulo 1. A ótica ondulatória trata a luz como uma onda e assim descreve os fenômenos de interferência e di-

fração. Em muitos casos, a interação da luz com a matéria pode ser explicado também pela ótica ondulatória. Finalmente, a ótica quântica descreve a luz no regime quântico, no qual as propriedades quânticas da luz e da matéria são relevantes (fora do escopo deste curso). Vale mencionar que os dispositivos que utilizaremos no curso de Física Experimental IV, tais como lasers e fotodetectores, são baseados na física quântica.

Os fenômenos de difração e interferência são efeitos ondulatórios¹, que podem ser observados em ondas de água², por exemplo, ou ondas eletromagnéticas tais como ondas de rádio, micro-ondas, ou luz visível. A ótica geométrica ignora estes efeitos. Como determinar se a ótica geométrica ou a ótica ondulatória se aplica em uma dada situação? Em geral, a ótica geométrica explica adequadamente situações nas quais a luz passa por objetos de dimensão muito maior do que o comprimento de onda λ da radiação eletromagnética. Neste módulo, faremos experimentos com radiação de luz vermelha (comprimento $\lambda \sim 640 \times 10^{-9}\text{m}$).

Uma outra propriedade da luz relevante para observar interferência e difração é a coerência. Duas ondas são coerentes se existe uma relação de fase constante entre elas. A relação de fase constante permite que as ondas, quando se encontram na mesma região do espaço, *interfiram* construtivamente (soma de amplitudes com mesmo sinal) ou destrutivamente (soma de amplitudes com sinais contrários). Diferentes fontes podem emitir radiação de diferentes maneiras. Por exemplo, uma lâmpada consiste em vários emissores de luz independentes. Assim, os raios de luz emitidos por cada emissor não interferem entre si, pois não há nenhuma relação de fase constante entre eles. Um laser, por outro lado, consiste de um conjunto de emissores que emitem luz de forma "cooperativa", de tal forma que há uma relação de fase constante. Assim, a luz de um laser possui coerência, e a luz de uma lâmpada não.

2.2 Difração em uma fenda simples

A difração é um fenômeno ondulatório, que pode ocorrer com qualquer tipo de onda, seja luz (coerente), água, etc. Ela se torna observável quando uma onda atravessa uma abertura cujas dimensões não são muito maiores do que o comprimento de onda. Consideraremos uma situação bem simples: uma onda plana incidente numa fenda, como ilustrado na Fig.2.2.

A partir da figura, definimos os parâmetros relevantes para o processo de difração³. No caso

¹Este fenômeno são ligados a estrutura da equação de propagação da onda. Sendo assim, ondas de natureza diferentes, porém com equações de propagação similares podem apresentar difração e interferência. Um exemplo típico de difração vem das ondas sonoras: o som passando através de uma porta aberta espalha na sala, pois o comprimento de onda da onda sonora é maior que a largura da porta.

²Veja por exemplo, o artigo [Teaching Waves with Google Earth](#), que contem várias fotografias de difração e interferência de ondas de água, obtidas através de Google Earth.

³A rigor, a difração por uma fenda simples pode ser entendida como um caso particular de interferências entre um conjunto muito grande de fontes secundárias infinitesimais localizadas dentro da própria fenda. Isso porque, através do Princípio de Huyghens-Fresnel, a amplitude do campo elétrico após um plano esta dada por um somatório de ondas secundárias emitidas por cada ponto da frente de onda. Aplicando o princípio de Huyghens-Fresnel no plano definido pela fenda, obtém-se que os mínimos da difração vem de interferências destrutivas entre fontes secundárias localizadas dentro da própria fenda. Para maiores explicações, vejam o livro *Curso de Física Básica- H.Moysés Nussenzveig Vol 4*.

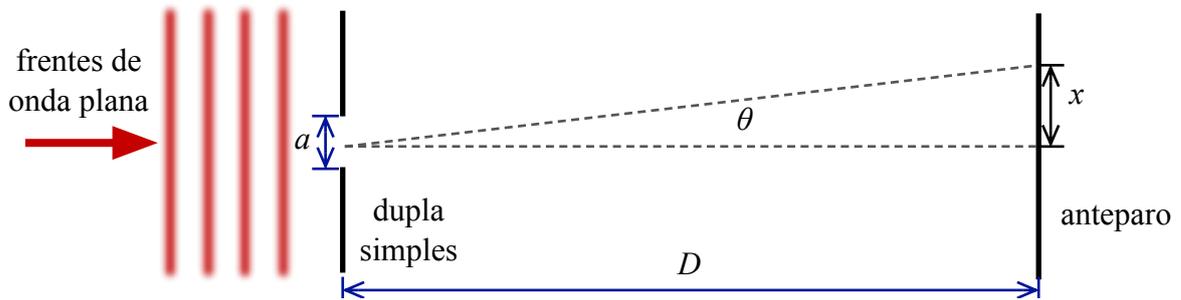


Figura 2.2: Difração em uma fenda simples.

ilustrado, consideramos a difração de uma onda de comprimento de onda λ por uma fenda vertical de largura a . O plano de observação fica a uma distância D do plano da fenda e o ângulo θ se relaciona com a posição do ponto de observação x .

De acordo com a teoria de difração [1], o perfil de intensidade da luz no anteparo pode ser escrito como

$$I(\theta) = I_0 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi a \text{sen} \theta}{\lambda} \right), \quad (2.1)$$

onde I_0 é a intensidade inicial da onda e a função *seno cardinal* é definida como $\text{sinc} x = (\text{sen} x)/x$, e temos $\text{sinc}(0) = 1$. Como $\text{sen} x = 0$ quando x for um múltiplo de π , a função *sinc* se anula para estes valores. Assim, teremos mínimos de difração, cujas posições angulares θ_{min}^m são dadas por:

$$m \lambda = a \text{sen} \theta_{min}^m ; \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2)$$

onde m é um número inteiro que especifica a ordem do mínimo de difração. Um gráfico do padrão de intensidade é ilustrado na Fig. 2.3.

O ângulo θ pode ser relacionado à coordenada x e à separação D entre o plano das fendas e o plano de observação, por:

$$\text{sen} \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}} \simeq \frac{x}{D} \quad \text{se } x \ll D. \quad (2.3)$$

O regime de difração no qual $\text{sen} \theta \approx \theta$ ou $x \ll D$ também é conhecido como difração de Fraunhofer [1]. O experimento de difração de fenda simples neste regime ilustra uma característica interessante de ondas: quanto mais confinamos a onda no plano da fenda simples ($z = 0$, ou plano próximo), mais a onda se alarga no plano do anteparo ($z = D$, ou plano distante). Vamos quantificar este alargamento a partir da distância entre os mínimos $m = -1$ e $m = 1$, definindo

$$\Delta \theta = \frac{1}{2} |\text{sen} \theta_{min}^{+1} - \text{sen} \theta_{min}^{-1}| = \frac{\lambda}{a}. \quad (2.4)$$

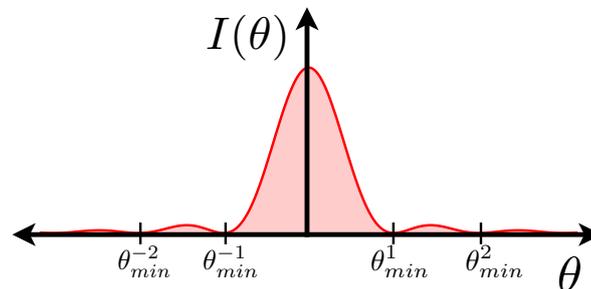


Figura 2.3: Gráfico do padrão de difração $I(\theta)$ produzida por uma fenda simples.

Ou seja, quanto mais confinamos a onda no plano próximo, menor o a , e assim maior o $\Delta\theta$. Podemos também escrever

$$a\Delta\theta = \lambda, \quad (2.5)$$

e vemos que o limite deste produto é dado pelo comprimento de onda da luz. Uma relação deste tipo é conhecida na física como uma relação de complementaridade, no sentido de que a informação sobre uma variável (localização da onda no plano próximo, dado pelo a) exclui a informação sobre a variável complementar (localização da onda no plano distante, dado por $\Delta\theta$). Na mecânica quântica, por exemplo, a complementaridade leva ao famoso princípio de incerteza de Heisenberg [1].

Relações de complementaridade são importantes não somente para os fundamentos da física, mas também em processamento e transmissão de sinais, onde por exemplo o produto entre a largura de banda temporal e espectral (frequência) de um sinal é constante. Ou seja, quanto mais curto um sinal no tempo, mais componentes espectrais ele possui e vice versa. Aplicações importantes dentro da ótica aparecem nos campos da astronomia, microscopia e litografia, onde a resolução angular do aparato depende do comprimento de onda da luz e o tamanho (análogo ao a) do aparato. Veremos a seguir como este limite é relevante para os leitores óticos de discos, tais como CD, DVD e Blue-Ray.

2.3 Interferência em fenda dupla

Uma maneira simples de observar a interferência da luz é realizando o experimento de fenda dupla, como ilustrado na Fig. 2.4. Neste experimento, um feixe de luz monocromática ilumina as duas fendas e a luz que as atravessa forma um padrão de interferência, ou seja, tem uma distribuição de intensidades como função da posição no plano de observação que depende do comprimento de onda e da geometria do problema.

O experimento de fenda dupla foi feita pela primeira vez pelo inglês Thomas Young no início do século XIX. Por isso, as vezes é chamado de "experimento de Young".

Algo para pensar: O Thomas Young realizou o experimento de interferência por fenda dupla

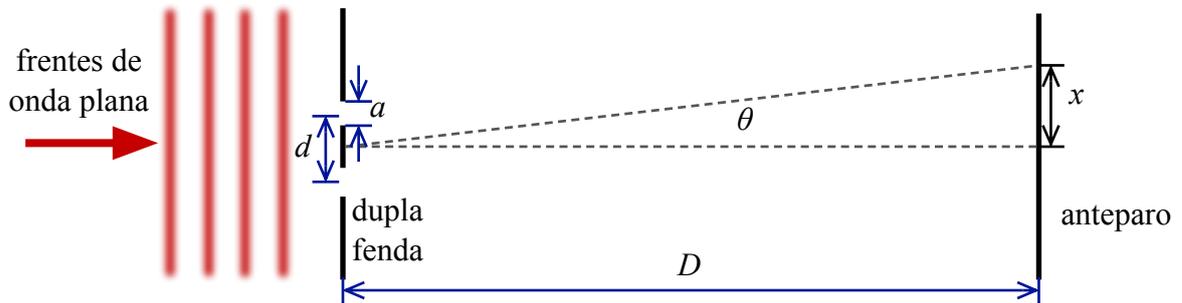


Figura 2.4: Interferência com fenda dupla.

com a luz do sol! Por que não vemos efeitos de interferência da luz do sol no nosso cotidiando? Como foi que Young observou este efeito?

Na Fig.2.4, os parâmetros relevantes para a determinação deste padrão de interferência são definidos, onde a separação entre as fendas é d , o ângulo de observação é θ e λ é o comprimento de onda. Aqui a é a largura de cada fenda.

O padrão de intensidade da luz que observamos no anteparo é dado por [1]:

$$I_2(\theta) = I(\theta) \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right), \quad (2.6)$$

onde $I(\theta)$ é a função de difração de uma fenda, definida na Equação (2.1). Um gráfico de $I_2(\theta)$ é mostrado na Figura 2.5, representado pela linha vermelha sólida. A função $I(\theta)$ é representada pela linha preta tracejada. Vemos que $I(\theta)$ aparece como uma função envoltória para $I_2(\theta)$. Dentro desta envoltória, vemos oscilações de período menor: estes são os máximos e mínimos de interferência, que aparecem a partir da função cosseno na Equação (2.6). Os máximos correspondem à interferência construtiva, onde as ondas vindo das duas fendas se encontram em fase (diferença de um múltiplo inteiro de λ), e os mínimos correspondem à interferência destrutiva, onde ondas provenientes das duas fendas se encontram fora de fase (diferença de um múltiplo ímpar de $\lambda/2$). Com uma fenda dupla perpendicular ao feixe incidente⁴, vemos que a posição angular dos máximos de interferência é dada pela equação:

$$\sin \theta_{max}^m = \lambda \frac{m}{d} ; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.7)$$

O ângulo de observação θ_{max}^m pode ser relacionado à coordenada x e à separação D entre o plano das fendas e o plano de observação, através da Equação (2.3). Note que conseguimos relacionar

¹Se a fenda dupla não for perpendicular ao feixe incidente, as duas fendas se comportam como fontes secundárias apresentando uma diferença de fase. As posições dos máximos de interferência não são mais simétricas em relação ao máximo central, e a relação (2.7) deixa de ser válida.

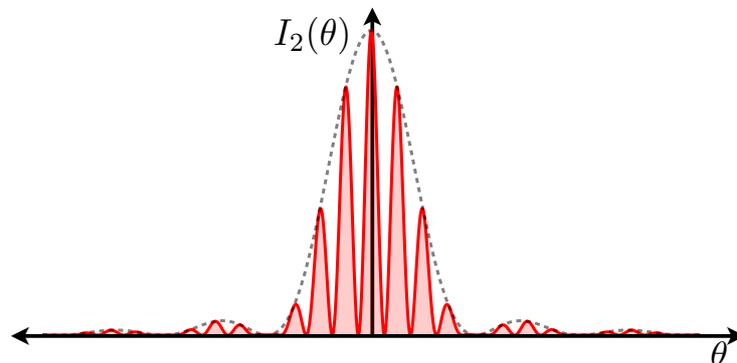


Figura 2.5: Gráfico do padrão de intensidade produzido no anteparo devido à interferência de fenda dupla (linha vermelha sólida). A linha preta tracejada mostra o envoltória de difração por uma fenda.

parâmetros mensuráveis, como os ângulos dos máximos de interferência com o comprimento de onda da luz utilizada. Desta forma, se conhecermos d podemos medir o comprimento de onda e vice-versa. A ultima etapa é de determinar a ordem m de cada máximo de interferência. Este procedimento devera ser usado também com a rede de difração e com o CD.

Determinação da ordem m do máximo de interferência:

m é um número inteiro que especifica a ordem do máximo de interferência. O máximo central em $\theta = 0$, corresponde a $m = 0$. O primeiro máximo adjacente à direita corresponde a $m = +1$ e à esquerda a $m = -1$. Alguns maximos de interferência podem ser apagados pelo fenómeno de difração quando a posição do máximo de interferência coincide com um mínimo de difração. Por tanto, a ordem m dos máximos de interferência de ordem $|m| \geq 2$ deve ser determinada com cuidado. Usaremos o fato de m ser um número inteiro assim que a relação proporcionalidade entre a ordem m e o senus da posição angular (sabemos que os outros parametros λ e d não variam entre duas medidas). Vamos proceder da forma seguinte para cada máximo de ordem $|m| \geq 2$:

- Calcular a razão $\text{sen}\theta_{max}^m / \text{sen}\theta_{max}^1$ entre o senus do angulo correspondendo ao máximo observado e o senus do máximo de ordem $m = 1$.
- A ordem m corresponde ao numero inteiro mais proximo desta razão.

2.4 Interferências de múltiplas ondas com uma “Rede de difração”

As redes de difração, vide Fig. 2.6, são dispositivos que combinam os efeitos da difração e da interferência. Elas consistem em uma sequência de fendas igualmente espaçadas. Após a realização da experiência com fenda dupla, poderíamos nos perguntar o que ocorre se ao invés de utilizar duas fendas, utilizássemos três ou mais fendas. A Fig.2.7, mostra o padrão de

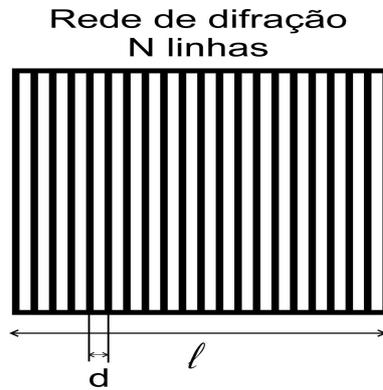


Figura 2.6: Rede de difração.

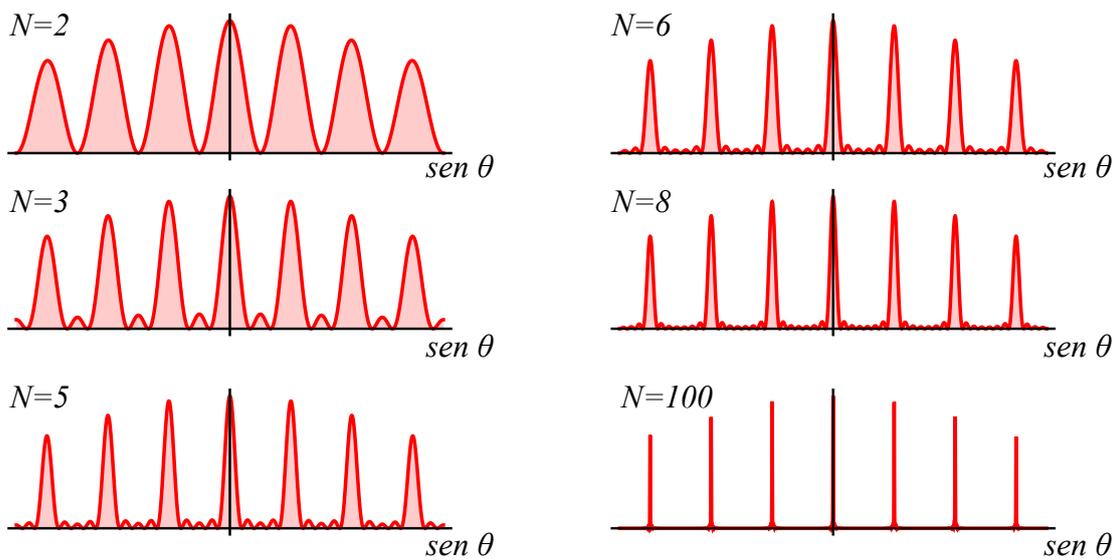


Figura 2.7: Padrão de intensidade para difração em redes com diferentes números de fendas N . Os máximos principais ocorrem em múltiplos inteiros de λ/d . Notem também a presença dos chamados máximos secundários entre os máximos principais. Os gráficos mostram somente os padrões de interferência dentro do máximo central de difração (veja Fig. 2.5).

intensidade da difração em N fendas, para diferentes valores de N . Existem máximos primários (intensidade maior) e secundários (intensidade menor). Vemos que à medida em que N aumenta, os máximos primários se estreitam. Observamos também que o número de máximos secundários (de intensidade mais baixa) cresce com N , e que a intensidade destes máximos secundários diminui com N .

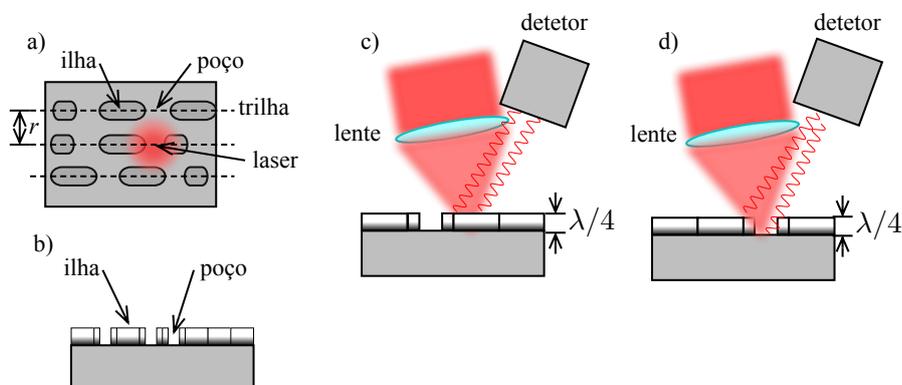


Figura 2.8: Princípio de codificação de informação num CD (simplificado). a) A superfície inferior do CD (do inglês "compact disc") é composta por trilhas refletoras separadas por uma distância r , semelhante às linhas de uma rede de difração. b) Corte lateral, mostrando as ilhas e poços, usados para codificar um bit de informação. c) Leitura de informação usando um laser, focalizado por uma lente. d) Quando o laser incide num poço, a luz refletida pelo poço interfere destrutivamente com a luz que reflete em torno dele, diminuindo a intensidade detectada.

No limite em que $N \gg 2$ temos a rede de difração. Nesse limite, a largura das fendas se torna desprezível e falamos de linhas, em vez de fendas. O parâmetro que caracteriza uma rede de difração é o número N_l de linhas por unidade de comprimento. Dado que as linhas são igualmente espaçadas, temos que $N_l \approx 1/d$, onde d é a distância entre as linhas. Note que quanto maior o valor de N_l , maior será a separação entre máximos de intensidade adjacentes para um mesmo feixe incidente. A relação matemática entre N_l e a posição dos máximos é dada por:

$$\sin\theta_{max}^m = N_l m \lambda; \quad \text{onde } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.8)$$

Notamos que $mN_l\lambda$ pode ser um número razoavelmente grande, de tal forma que não vale a aproximação de ângulo pequeno usada anteriormente. Assim, no caso da rede de difração é necessário utilizar $\sin\theta = x/\sqrt{x^2 + D^2}$.

Notamos também que a posição do máximo não depende somente de N_l , mas também do comprimento de onda da luz. Desta forma, as redes de difração são muito utilizadas para espectroscopia, como faremos no Módulo "Espectroscopia Ótica".

2.4.1 Exemplo: Interferências de múltiplas ondas com um CD

Você deve ter observado a difração da luz em discos de mídia digital, como CDs e DVDs, por exemplo. Quando olharmos o lado inferior destes discos, vemos um arco-íris de cores. Esta é a difração de luz branca, que é dividida em seus *componentes espectrais* (cores), cada uma

com um comprimento de onda diferente. O disco difrata a luz devido às trilhas que codificam a informação. Os discos são feitos de policarbonato (plástico) com uma camada fina de alumínio, de tal forma que a luz é refletida pela superfície. A trilha descreve uma forma espiral em volta do disco. A informação binária é codificada usando "poços" e "ilhas", como ilustrado na Fig. 2.8 a) e b), para representar os valores 0 e 1⁵. A informação é recuperada usando-se um leitor ótico, que consiste em um laser focalizado na superfície do disco por uma lente, e um fotodetector, como ilustrado nas Figs. 2.8 c) e d). A profundidade dos poços é por volta de $\lambda/4$, de tal forma que a luz refletida por um poço está fora de fase com a luz refletida da região adjacente, causando *interferência destrutiva*, como ilustrado na figura 2.8 d). Assim, a intensidade da luz refletida por uma região contendo um poço (0) é diferente da intensidade refletida por uma região contendo uma ilha (1). Cada vez que assistimos um DVD ou Blue-Ray, ou jogamos um XBOX, estamos de fato explorando a interferência da luz.

A quantidade de informação I que pode ser codificada num disco depende da área A_{info} no qual a informação é escrita e também da densidade de poços e ilhas ρ . Ou seja, temos

$$I = A_{info}\rho, \quad (2.9)$$

onde ρ tem dimensão de bits/área. Podemos definir então a área do disco dedicada à escrita de um bit A_{bit} , assim temos $\rho = 1/A_{bit}$ e

$$I = \frac{A_{info}}{A_{bit}}. \quad (2.10)$$

Um dos objetivos da indústria de mídia digital é aumentar a quantidade de informação I por disco, sem aumentar o tamanho do disco. Assim, procura-se minimizar a área necessária para codificar um bit de informação A_{bit} (um único poço ou uma única ilha). O fator que limite a área A_{bit} é a área do feixe de luz do laser leitor na superfície do disco. Como vimos por exemplo na Equação (2.5), a largura angular de um campo de luz é proporcional ao seu comprimento de onda. Assim, a área do feixe laser leitor depende de λ^2 . Por este motivo a indústria procura utilizar luz com o menor comprimento de onda possível nos leitores de discos óticos, assim aumentando a densidade de informação que pode ser armazenada. Por exemplo, os leitores de CD utilizam um laser de 780nm, e um CD contém por volta de 700MB de informação. Um leitor de DVD, por outro lado, utiliza um laser de 650nm, possibilitando o armazenamento de 4 a 17GB de informação em cada DVD, enquanto um leitor de HDVD ou Blue-Ray utiliza um laser de 405nm, possibilitando o armazenamento de 15 a 128GB de informação por disco⁶. A variação nos valores de cada tipo de mídia é devido às variações nas formas de escrever a informação nos discos, tais como o uso de múltiplas camadas e os aproveitamento dos dois lados do disco.

⁵Lembramos que o alfabeto binário contém dois caracteres (bits), 0 e 1, e que qualquer alfabeto pode ser convertido para binário.

⁶1 GB = 1 gigabyte ou 10^9 bytes, onde um byte = 8 bits. No contexto de mídia digital, 1 MB = 1024^2 bytes, um pouco mais do que 10^6 bytes.

Podemos estimar o valor de A_{bit} de um CD usando a difração. Se as trilhas estão separadas por uma distância r , então o CD funcionará como uma rede de difração com $N_l = 1/r$. Assim, observando os máximos de difração de várias ordens m com um laser de comprimento de onda conhecido, podemos determinar o valor de r a partir da Equação (2.8). Assumiremos que os poços e ilhas estão separadas pela mesma distância ao longo da direção da trilha, e assim temos $A_{bit} \approx r^2$.

2.5 Procedimento experimental - laser

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 3.10. **Leia atentamente o procedimento experimental até o final, antes de começar a trabalhar em sua montagem.**

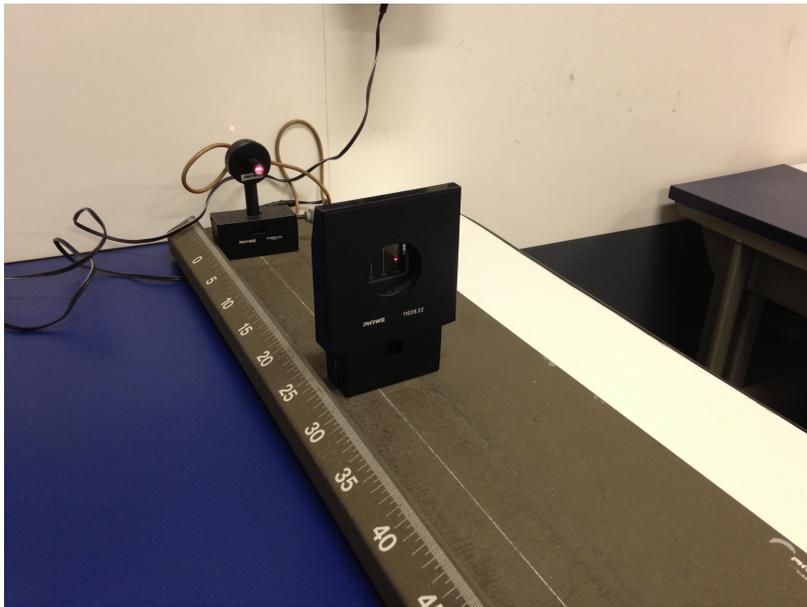


Figura 2.9: Aparato experimental para difração e interferência com luz laser.

2.5.1 Difração em fenda simples

Tomada de dados

1. Coloque a placa com as fendas calibradas no suporte e faça com que o feixe de laser atravesse uma das fendas. Anote a largura da fenda.

2. Para que a distância entre mínimos adjacentes do padrão de difração seja grande o suficiente para ser medida com uma régua, é necessário que o feixe se propague por uma distância compatível, que depende da largura da fenda. Portanto, projete o padrão de difração na parede oposta à sua bancada ($x \ll D$). Anote a distância l entre o suporte e a parede próxima ao laser, para posteriormente calcular D .
3. Cole uma fita na parede na posição da figura de difração e faça com lápis um contorno nas regiões iluminadas. Isso servirá, mais tarde, para identificar os mínimos de intensidade mais facilmente. Não se esqueça de identificar o máximo central.
4. Para as três fendas simples, meça na fita as posições dos primeiros mínimos adjacentes, à direita e à esquerda do máximo central ($m = \pm 1$).

Tratamento de dados

1. Determine a distância entre a fenda e o anteparo D . A largura da sala é de $L = (4,75 \pm 0,05) \text{ m}$.
2. Para cada fenda, determine a largura angular $\Delta\theta$ no padrão de difração usando a Equação

$$\Delta\theta \approx \frac{1}{2} \left| \frac{x^{+1} - x^{-1}}{D} \right|, \quad (2.11)$$

onde $x^{\pm 1}$ é a posição do mínimo $m = \pm 1$. Inclua estes valores na tabela apropriada no seu relatório.

3. Calcule a incerteza de cada valor $\Delta\theta$ obtido acima. Neste cálculo, ignore a incerteza em D . Lembre-se que $\Delta\theta$, por ser uma diferença, foi obtido efetivamente a partir de duas medidas. Anote estes valores na tabela.
4. Usando os três valores de $\Delta\theta$ e a , determine o valor de λ do laser e sua incerteza, e inclua estes resultados na tabela. Nestes cálculos, ignore a incerteza em a .
5. Calcule a melhor aproximação de λ e a sua incerteza (vide a seção "Sobre a apresentação e a análise de dados", no início do roteiro de Física Experimental IV).
6. Os seus resultados estão de acordo com o valor esperado?
7. Acrescente ao seu relatório as fitas de medida.

2.5.2 Interferência em fenda dupla

Tomada de dados

1. Coloque a placa com as fendas duplas calibradas no suporte e faça com que o feixe de laser atravessa uma delas. Anote a distância d entre as fendas, fornecida pelo fabricante.
Cuidado: Nas fendas duplas do laboratório, a grandeza indicada corresponde a distância d' entre os dois lados mais próximos das 2 fendas. Porém, o que precisamos para caracterizar interferências é **a distância entre os centros das 2 fendas**, ou seja no caso $d = d' + a$, onde a é a espessura das fendas (igual para todas as fendas do conjunto considerado, e normalmente indicada como "L" nas placas).
2. Anote a distância l entre o suporte e a parede próxima ao laser.
3. Cole uma fita na parede na posição da figura de interferência e faça com lápis um contorno nas regiões iluminadas. Isso servirá, mais tarde, para identificar os máximos de intensidade mais facilmente. Não se esqueça de identificar o máximo central. Atenção: como a largura das fendas não é desprezível, uma figura de difração pode se sobrepor a figura de interferência tornando alguns máximos não observáveis.
4. Meça na fita as posições dos três primeiros máximos adjacentes, à direita e à esquerda do máximo central.

Tratamento de dados

1. Construa uma tabela contendo a ordem m do máximo, m/d , a posição x e $\text{sen}\theta_{max}$, onde θ especifica a posição x convertida em ângulo com relação à direção frontal. A ordem m dos máximos será determinada usando o procedimento detalhado na Seção da fenda dupla.
2. Faça o gráfico de $\text{sen}\theta_{max} \times m/d$. Obtenha o valor de λ usando o gráfico. Verifique se o seu resultado é compatível dentro do critério de 3σ , calculando a discrepância em relação ao valor do comprimento de onda fornecido pelo fabricante.
3. Acrescente ao seu relatório a fita de medida.

2.5.3 Interferências de múltiplas ondas com uma rede de difração

Tomada de dados

1. Coloque a rede de difração no suporte e faça com que o feixe de laser a atravessa. Anote o número de linhas N_l por milímetro fornecido pelo fabricante.
2. Anote a distância l entre o suporte e a parede próxima ao laser. Atenção: se o número de linhas da rede for $N_l \gg 10$, o anteparo deve ser a parede próxima ao laser. Neste caso, $D = l$ e os valores do seno dos ângulos medidos nessa experiência não podem ser aproximados pelos valores da tangente.

3. Cole uma fita na parede na linha horizontal central da figura produzida pela rede de difração e faça com lápis um contorno nas regiões iluminadas. Isso servirá, mais tarde, para identificar os máximos de intensidade mais facilmente. Não se esqueça de identificar o máximo central.

Tratamento de dados

1. Meça na fita as posições dos três primeiros máximos adjacentes, à direita e à esquerda do máximo central. Para os demais máximos, determinar a ordem m usando o procedimento detalhado na Seção da fenda dupla.
2. Construa uma tabela contendo a ordem m do máximo, $m\lambda$, a posição x e $\text{sen}\theta_{max}$, onde θ especifica a posição x convertida em ângulo com relação à direção frontal.
3. Faça o gráfico de $\text{sen}\theta_{max} \times m/\lambda$. Obtenha o valor de N_I usando o gráfico. Verifique se o seu resultado é compatível dentro do critério de 3σ , calculando a discrepância em relação ao valor fornecido pelo fabricante.
4. Acrescente ao seu relatório a fita de medida.

2.5.4 Interferências de múltiplas ondas com um CD

Tomada de dados

1. Coloque um CD *transparente* (sem a capa) no suporte, formando um padrão de interferências na parede próxima. Meça a distância D' entre o CD e a parede. Procure posicionar o CD de tal forma que a incidência da luz do laser nele seja perpendicular.
2. Cole uma fita na parede na linha horizontal central da figura de difração e faça com lápis um contorno nas regiões iluminadas. Isso servirá, mais tarde, para identificar os máximos de intensidade mais facilmente. Não se esqueça de identificar o máximo central.

Tratamento de dados

1. Será que dá para ver o máximo central? Porque? Meça na fita as posições dos máximos $m = \pm 1$. Usando o procedimento detalhado na Seção da fenda dupla, determine a ordem dos demais máximos.
2. Acrescente ao seu relatório a fita de medida.
3. Construa uma tabela contendo a ordem m do máximo, $m\lambda$, a posição x e $\text{sen}\theta_{max}$, onde θ especifica a posição x convertida em ângulo com relação à direção frontal.
4. Faça o gráfico de $\text{sen}\theta_{max} \times m/\lambda$. Obtenha o valor de $N_I = 1/r$ usando o gráfico.

5. Calcule a área por bit $A_{bit} = r^2$.
6. Meça o diâmetro do CD, e o diâmetro da região central, que não contem trilhas. Calcule a área de informação usando $A_{info} = A_{CD} - A_{central}$.
7. Calcule a quantidade de informação I contida no CD usando a Equação (2.9). Este valor está próximo ao valor esperado de 700MB?

Dados Importantes:

- Largura da sala: $L = (4,75 \pm 0,05) \text{ m}$.
- Comprimento de onda do laser: $\lambda = 670\text{nm} = 670 \times 10^{-9}\text{m}$.

2.6 Referências Bibliográficas

1. Curso de Física Básica Volume 4 - Ótica, Relatividade, Física Quântica, H. Moyses Nussenzweig, Editora Edgard Blücher Ltda, 1998.
2. Optica e Fotônica, Mário Ferreira, Lidel - Edições Técnicas, 2003.
3. Ótica e Física Moderna, D. Halliday e R. Resnick, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1991
4. Optics, Eugene Hecht, Addison-Wesley Publishing Company, 2001
5. Optica e Fotônica, Mário Ferreira, Lidel - Edições Técnicas, 2003.
6. Ótica e Física Moderna, D. Halliday e R. Resnick, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1991
7. Optics, Eugene Hecht, Addison-Wesley Publishing Company, 2001

Experimento 3

INTERFERÔMETRO DE MICHELSON E APLICAÇÕES



Figura 3.1: Observatório de ondas gravitacionais VIRGO: um interferômetro de Michelson com braços gigantesco de 3km de comprimento (ainda multiplicados por um fator 200 por meio de idas e voltas da luz numa cavidade ótica). Crédito: The VIRGO Collaboration, <https://en.wikipedia.org/wiki/Virgointerferometer>.

A observação direta de ondas gravitacionais foi um dos maiores desafios jamais enfrentados em física experimental: para detectar estas ondas, foi necessário medir uma variação de comprimento da ordem de um bilionésimo de um átomo! Esta detecção foi realizada em setembro de 2015 nos instrumentos LIGO e consagrada pelo prêmio Nobel de Física de 2017. A observação de ondas gravitacionais é importante porque ela nos providencia uma nova janela de observação do universo, que conhecíamos até então somente através da luz, ou seja da radiação eletromag-

nética. Tem objetos no universo como buracos negros que não emitem luz, porém emitem ondas gravitacionais. O instrumento usado para detectar as ondas gravitacionais é simplesmente uma versão gigantesca do interferômetro de Michelson que vocês vão usar neste módulo.

Neste módulo realizaremos dois experimentos no contexto da metrologia ótica:

1. Medida do comprimento de onda de um laser vermelho e o índice de refração do ar usando o interferômetro de Michelson
2. Medida da velocidade da luz no ar e na água

3.1 Interferômetro de Michelson-Morley

3.1.1 Do “ether” até a detecção de ondas gravitacionais

O interferômetro de Michelson-Morley talvez seja a única experiência que foi usada duas vezes, em épocas radicalmente diferentes, para aprofundar o nosso conhecimento da natureza.

Ele foi usado em 1887 para testar o movimento relativo da Terra em relação a um meio chamado “ether”. Na época, se supunha que existia o “ether”, que era um referencial privilegiado no qual a luz teria uma velocidade bem definida. Esperava-se que o movimento da Terra em torno do Sol daria um movimento relativo ao “ether” que ia mudar a velocidade da luz ao longo do ano, da mesma forma que um vento constante afeta a velocidade de um ciclista rodando numa pista circular. O interferômetro de Michelson, capaz de detectar com alta precisão uma diferença de tempo de propagação da luz em direções perpendiculares, era perfeitamente adequado para fazer esta observação. O resultado da experiência foi negativo: o padrão de interferência permaneceu o mesmo ao longo do ano, sem apresentar o esperado deslocamento das franjas de interferência. Este foi um resultado extremamente importante, que mostrou que o “ether” como referencial privilegiado não existia, e induziu Einstein a formular a teoria da relatividade restrita. Em vez do “ether”, existe uma classe de referenciais onde a luz se propaga com a mesma velocidade – os referenciais inerciais.

Mais de um século depois, o interferômetro de Michelson voltou a ter um papel central na comprovação experimental da teoria da relatividade – desta vez da relatividade geral. A relatividade geral prevê que objetos massivos alteram localmente a métrica do espaço-tempo. Consequentemente, conforme esta teoria, o colapso de objetos extremamente massivos como estrelas binárias ou buracos negros deve gerar ondas da métrica do espaço-tempo. Estas ondas têm uma amplitude extremamente pequena quando chegam na Terra, já que a amplitude é inversamente proporcional à distância do evento, e estes eventos costumam ser muito distantes. Já havia evidências indiretas da existência destas ondas (através da perda de energia por sistemas binários de estrelas de neutrons), mas nunca tinham sido observadas diretamente. Foi o físico americano Rainer Weiss, um dos ganhadores do prêmio Nobel 2017, quem planejou usar um interferômetro de Michelson para detectar as ondas gravitacionais. Para alcançar esta detecção, foi necessário controlar todas as fontes de ruído do instrumento de forma extremamente

rigorosa, o que implicou no desenvolvimento de muita tecnologia.¹

Decorreram-se quarenta anos de esforços por parte de milhares de engenheiro(a)s e físico(a)s para obter nos instrumentos a sensibilidade requerida para a detecção. Existem atualmente três instrumentos no mundo - dois nos Estados Unidos (LIGO Hanford e LIGO Livingston) e um na Itália (VIRGO) - capazes de observar ondas gravitacionais. Com somente um instrumento funcionando não daria para concluir que ondas gravitacionais foram detectadas: foi a coincidência de sinais obtidos em dois instrumentos independentes a milhares de quilômetros de distancia, LIGO Hanford e LIGO Livingston, que permitiu comprovar que uma onda gravitacional tinha sido observada. O terceiro instrumento VIRGO permite localizar as fontes de ondas gravitacionais por triangulação, de forma análoga ao posicionamento por GPS.

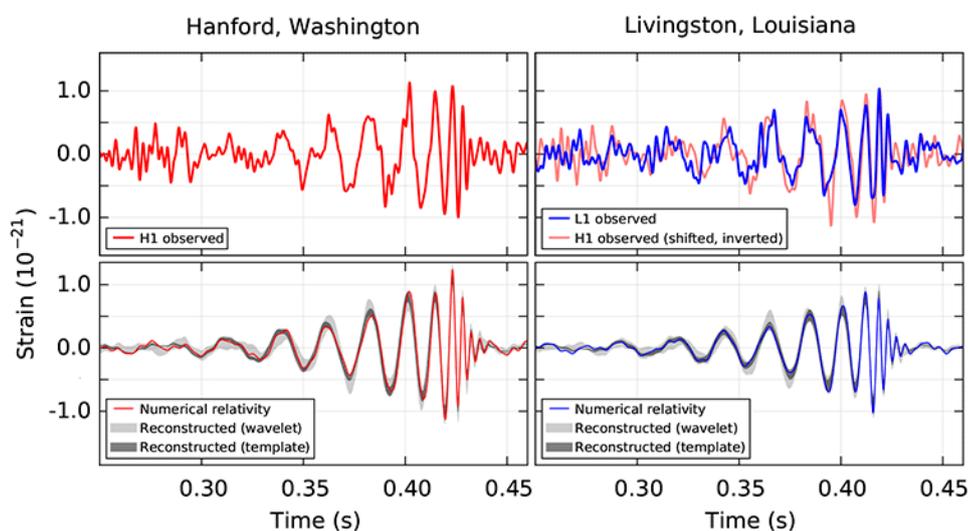


Figura 3.2: Sinais coincidentes detectados quase simultaneamente em dois instrumentos independentes, LIGO Hanford e LIGO Livingston – os primeiros a observarem uma onda gravitacional. A notável coincidência dos dois sinais observados, assim como a semelhança com o padrão de radiação gravitacional esperado pela fusão de dois buracos negros, mostrou que os sinais foram oriundos de ondas gravitacionais. Se fosse um efeito do acaso, tal coincidência de sinais independentes iria acontecer em média a cada 200.000 anos! Crédito: LIGO-VIRGO Collaboration, Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, Phys Rev. Lett. **116**, 061102 (2016), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>.

¹A medida de diferença de fase entre os feixes devia ser tão precisa que desafiou os limites de precisão impostas pela mecânica quântica! Isso induziu o desenvolvimento de novas técnicas como o “squeezing”, consistindo em produzir estados da luz mais adequados para a medida de uma dada observável.

3.1.2 Interferência

No módulo *Interferência e Difração da Luz*, já investigamos alguns aspectos de uma das principais consequências do caráter ondulatório da luz: sua capacidade de interferir consigo mesma. Esta é uma propriedade de todos os fenômenos ondulatórios. Se duas ondas são sobrepostas em algum ponto do espaço onde elas apresentam intensidades I_1 e I_2 , respectivamente, a intensidade resultante I será

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (3.1)$$

onde δ é a *diferença de fase* entre as ondas, no ponto do espaço em consideração. Portanto, dependendo de δ , a intensidade resultante pode ser maior ou menor que a soma das intensidades individuais. Este comportamento é devido à interferência entre as ondas. Em particular, para $\delta = 2m\pi$, onde m é um número inteiro, a intensidade resultante alcança seu valor máximo, enquanto para $\delta = (2m + 1)\pi$ ela alcança seu valor mínimo.

Se as duas ondas são derivadas de uma fonte comum, de modo que tenham, inicialmente, o mesmo comprimento de onda e a mesma fase, então a diferença de fase δ entre elas, quando forem sobrepostas em um ponto arbitrário do espaço, dependerá da diferença $\Delta\mathcal{L}$ entre os *caminhos óticos* percorridos por elas:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\mathcal{L}, \quad (3.2)$$

onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo das ondas envolvidas. Se uma onda se propaga em um meio com índice de refração n , a relação entre o caminho ótico \mathcal{L} e distância L percorrida pela onda é $\mathcal{L} = nL$. Da relação acima, é fácil ver que quando a diferença de caminhos ótico $\Delta\mathcal{L}$ é um múltiplo de λ_0 a intensidade resultante na interferência das duas ondas atinge seu valor máximo, enquanto que, se $\Delta\mathcal{L}$ for um múltiplo *ímpar* de $\lambda_0/2$, a intensidade resultante atinge seu valor mínimo. Isso significa que, se a diferença de caminhos ótico variar de $\lambda_0/2$, a intensidade resultante pode passar de seu valor máximo para seu valor mínimo, e vice-versa. Este fato nos permite usar feixes luminosos para realizar medições muito precisas de diferenças de comprimentos. A ideia básica consiste em dividir um feixe de luz em dois, permitir que percorram distâncias possivelmente diferentes, recombiná-los e observar o padrão de interferência resultante. Como o comprimento de onda da luz visível é extremamente pequeno (aproximadamente meio micrômetro para a luz verde), mudanças ínfimas na diferença de caminho ótico entre os dois feixes produzem variações facilmente mensuráveis na intensidade resultante da interferência dos mesmos. Dessa maneira, variações extremamente pequenas de comprimentos podem ser precisamente medidas.

Podemos determinar a diferença de caminhos ótico entre dois feixes luminosos observando o padrão de intensidade resultante após os dois serem recombinados ou medindo diretamente a diferença de fase entre os mesmos, após terem percorrido caminhos diferentes. Neste módulo, usaremos os dois métodos para realizar medições de comprimentos de onda, de índices de refração e da velocidade de propagação da luz em um meio. Finalmente, usaremos o fenômeno de interferência para gerar uma onda estacionária numa região do espaço localizada entre uma

fonte de microondas e uma placa metálica, que funciona como um espelho. Nessa situação, a distância entre os pontos de intensidade máxima da onda estacionária, ao longo da linha que une a fonte ao espelho, é proporcional ao comprimento de onda λ da microonda emitida pela fonte. Deslocando um detector de microondas ao longo da linha que une a fonte e o espelho, seremos capazes de medir λ sem necessidade de controlar o deslocamento do detector micrometricamente. Tal experimento seria impraticável com luz visível e só é possível com microondas devido ao fato de que seu comprimento de onda é muito maior que o comprimento de onda da luz visível.

3.1.3 Princípio do interferômetro de Michelson-Morley

Interferômetros são instrumentos óticos que fazem uso da interferência de feixes luminosos para a medição precisa de comprimentos de onda, distâncias, variações de comprimento, vibrações, temperatura, pressão, índices de refração e comprimento de coerência de feixes óticos, para citar algumas aplicações.

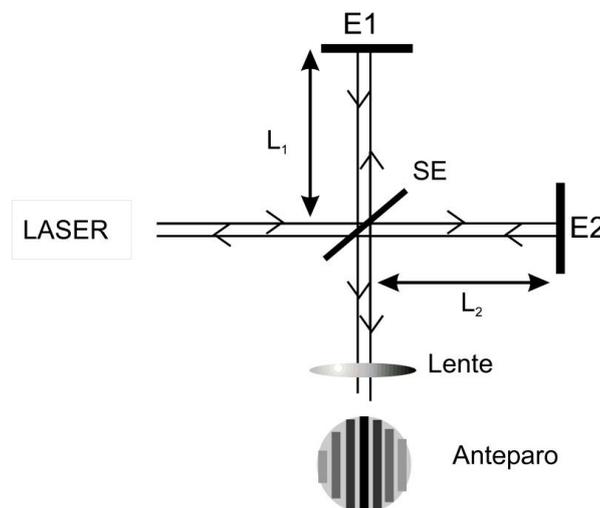


Figura 3.3: Interferômetro de Michelson.

O interferômetro de Michelson foi desenvolvido por Albert Michelson, no final do século IX, e é famoso por seu uso nos experimentos realizados por A. Michelson e E. Morley, que resultaram na primeira evidência experimental forte da inexistência do éter luminífero. Esses experimentos estimularam investigações científicas que culminaram na teoria da relatividade restrita.

Com o auxílio da Fig.3.3, definimos os parâmetros relevantes para o interferômetro. Uma fonte de luz monocromática, no nosso caso um laser, emite um feixe de luz que é separado em

duas partes através de um semi-espelho(SE). O semi-espelho transmite 50% do feixe incidente e reflete os outros 50% . O feixe refletido é então direcionado a um espelho e retorna em seguida ao semi-espelho. O mesmo acontece com o feixe transmitido, de tal modo que os feixes inicialmente separados são novamente recombinados. As distâncias percorridas pelos feixes em cada um dos braços do interferômetro são $2L_1$ e $2L_2$ respectivamente, já que a luz faz um percurso de ida e volta em cada braço.

Uma parte do feixe recombinado volta para a própria fonte e é descartada , enquanto a outra parte pode ser projetada sobre um anteparo. A análise do padrão de intensidade resultante sobre o anteparo nos dá informações sobre o processo de interferência entre os dois feixes recombinados. Em nosso sistema, uma lente convergente de foco curto é usada para ampliar o padrão de interferência no anteparo. Com base em nossa discussão anterior, podemos concluir que o padrão de intensidade no anteparo dependerá da diferença de caminhos ótico $\Delta\mathcal{L} = 2n(L_1 - L_2)$ entre os dois feixes recombinados na saída do interferômetro. Aqui, n é o índice de refração do meio em que o interferômetro está imerso. Se a diferença de caminhos ótico for modificada, seja por uma variação nos comprimentos dos braços do interferômetro, seja pela inserção de um material de índice de refração diferente, em um dos braços, detectaremos uma mudança no padrão de intensidade da luz no anteparo. Se, por exemplo, um dos espelhos é fixo e o outro é móvel, uma variação de $\Delta x = \lambda_0/(4n)$ na posição do espelho móvel causará uma mudança de $\Delta\mathcal{L} = \lambda_0/2$ na diferença de caminhos ótico, onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo da luz emitida pelo laser. Isso fará que um padrão de intensidade máxima no anteparo se transforme em um padrão de intensidade mínima, e vice-versa, de modo que tal variação na posição do espelho será facilmente detectável. Como λ_0 é muito pequeno (entre 400 nm e 700 nm, na região do visível), o interferômetro de Michelson consiste em uma ferramenta de medida de comprimento extremamente sensível.

3.1.4 Produção de franjas paralelas no anteparo

Se os dois feixes recombinados na saída do interferômetros forem exatamente paralelos, o anteparo será uniformemente iluminado. A intensidade luminosa será alta quando os feixes interferirem construtivamente, e será baixa quando a interferência for destrutiva. No entanto, se fizermos com que os feixes saiam levemente desalinhados (não paralelos), o padrão de iluminação do anteparo será composto de franjas claras e escuras, paralelas. Essas franjas se deslocarão como um todo se a diferença de caminhos ótico dos feixes for alterada. Em particular, se a diferença de caminhos ótico variar de $\lambda_0/2$, as franjas claras ocuparão os lugares das franjas escuras, e vice-versa. Contanto o número de franjas que passam por uma certa posição de referência, no anteparo, podemos determinar de quanto a diferença de caminhos ótico variou. Usaremos este método de detecção em nossos experimentos.

Para entender como o padrão de franjas paralelas é formado, analisemos a Figura 3.4. A parte (a) da figura mostra, *esquemáticamente*, a situação em que o alinhamento dos espelhos é tal que os feixes, de comprimento de onda λ , saem paralelos do interferômetro e se propagam na direção vertical (na figura). As linhas sólidas representam os planos (frentes de onda) correspon-

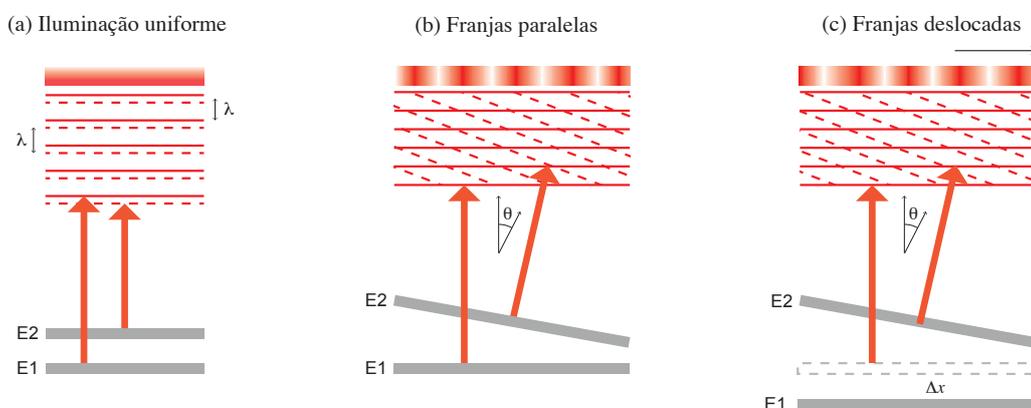


Figura 3.4: Padrão de interferência para feixes alinhados e desalinhados. E_1 e E_2 representam os espelhos do interferômetro.

dentes a um valor de fase fixo, no feixe refletido pelo espelho E_1 , enquanto as linhas tracejadas representam os planos correspondente a esse mesmo valor de fase no feixe refletido pelo espelho E_2 . Como os feixes são paralelos, os planos representando as frentes de onda dos dois feixes também são paralelos. Na figura, os planos correspondentes *não estão sobrepostos*, significando que há uma certa diferença de fase entre os dois feixes. Isso implica que a intensidade resultante em um anteparo posicionado perpendicularmente à direção de propagação dos feixes não será máxima. No entanto, como os planos são paralelos, a intensidade será a mesma ao longo de todo o anteparo (ao longo da direção horizontal). Se o espelho E_1 for deslocado na direção vertical (no desenho), os planos representados por linhas sólidas serão deslocados em relação aos planos representados por linhas tracejadas, modificando a diferença de fase entre os feixes. Isso produzirá uma mudança uniforme na intensidade sobre o anteparo. A parte (b) da figura mostra, esquematicamente, a situação em que a inclinação de um dos espelhos é levemente modificada (exagerada, na figura), fazendo com que os feixes não saiam mais paralelos do interferômetro. Agora, as direções de propagação dos feixes fazem um ângulo θ entre si. Como consequência, os planos de fase fixa dos dois feixes deixam de ser paralelos e, também, fazem um ângulo θ entre si. Nessa situação, a intensidade resultante no anteparo não será mais uniforme ao longo da direção horizontal, na figura. A intensidade será máxima apenas nos pontos do anteparo em que há interseção dos planos de fase fixa dos dois feixes (a diferença de fase entre os feixes será $\delta = 2m\pi$ nesses pontos). Isso causará o aparecimento de um padrão de franjas claras e escuras paralelas, no anteparo. A distância, na direção horizontal, entre duas franjas claras ou duas franjas escuras será $\Delta\ell = \lambda / \sin \theta$. Portanto, quanto mais desalinhados os feixes, mais estreitas serão as franjas de interferência. Agora, se o espelho E_1 é deslocado de Δx , os planos representados por linhas sólidas são deslocados, em relação aos planos representados por linhas tracejadas, de $2\Delta x$, e os pontos de interseção entre os planos, no anteparo, são deslocados como um todo, para a direita ou para a esquerda. Isso causa um deslocamento conjunto do

padrão de franjas, para a esquerda ou direita [vide parte (c) da figura]. Quando o deslocamento do espelho E_1 é tal que a diferença de caminho ótico entre os feixes é $\lambda_0/2$, as posições de franjas claras passarão a ser ocupadas por franjas escuras. Quando o deslocamento do espelho aumenta, de modo que a diferença de caminho ótico entre os feixes se torna λ_0 , a posição de uma dada franja clara (ou escura) será ocupada pela franja vizinha. Assim, a contagem do número de franjas que passam por uma certa posição no anteparo, nos permite determinar variações na diferença de caminhos ótico dos feixes. A discussão anterior também é válida para desalinhamento vertical entre os feixes, quando as franjas serão observadas na horizontal. Na pratica podemos ter um efeito combinado dos dois desalinhamentos, produzindo um padrão de franjas inclinadas.

3.1.5 Determinação do comprimento de onda do laser pela variação da distância entre os espelhos

Em nosso interferômetro, enquanto um dos espelhos é fixo, o outro pode ser deslocado por meio de um parafuso micrométrico acoplado a uma alavanca. Tal alavanca permite reduzir o deslocamento do parafuso por um fator de 20. Portanto, quando o parafuso for deslocado de Δx , o espelho será deslocado de $\Delta \ell = \Delta x/20$. Como a posição de um dos espelhos está fixa, ao deslocarmos o outro espelho de $\Delta \ell$, a variação na diferença de caminhos ótico entre os feixes será $\Delta \mathcal{L} = 2n\Delta \ell = n\Delta x/10$, onde Δx é o deslocamento correspondente do parafuso e n é o índice de refração do meio em que o interferômetro está imerso. Em nossos experimentos, esse meio será o ar, por isso consideraremos $n = 1$. Assim, toda vez que deslocarmos o parafuso de Δx e N franjas de interferência passarem por um ponto de referência, determinado por uma das franjas do padrão inicial, a diferença de caminho ótico entre os feixes terá variado de $\Delta \mathcal{L} = N\lambda$. O espelho, portanto, terá se deslocado de $\Delta \ell = N\lambda/2$ e o parafuso de $\Delta x = 10N\lambda$. Medindo-se o deslocamento do parafuso em função de N permite-nos, então, determinar o comprimento de onda λ do laser (como estamos assumindo $n=1$, $\lambda_0 = \lambda$).

Leitura do deslocamento do parafuso micrométrico: O parafuso micrométrico tem, em seu tambor externo, uma escala cuja menor divisão é de 0.01mm ($1 \times 10^{-2}\text{mm}$), indo de 0mm até $50 \times 10^{-2}\text{mm}$ (vide Figura 4.8). O tambor interno tem uma escala extra, cuja menor divisão é de $50 \times 10^{-2}\text{mm}$. Cada vez que o parafuso dá uma volta completa, a escala externa volta a marcar 0mm e um marca de menor divisão da escala interna é descoberta pelo tambor externo. Para ler o deslocamento total do parafuso, devemos contar quantas marcas de menor divisão da escala interna estão descobertas, multiplicar esse número por $50 \times 10^{-2}\text{mm}$ e somar ao resultado a leitura da escala externa. No exemplo apresentado na Figura 3.5b, a leitura seria $66 \times 10^{-2}\text{mm}$.

3.1.6 Determinação do índice de refração do ar

Mesmo que os comprimentos dos braços do interferômetro não sejam mecanicamente alterados, ainda podemos ter variações na diferença de caminhos ótico entre os feixes que saem do

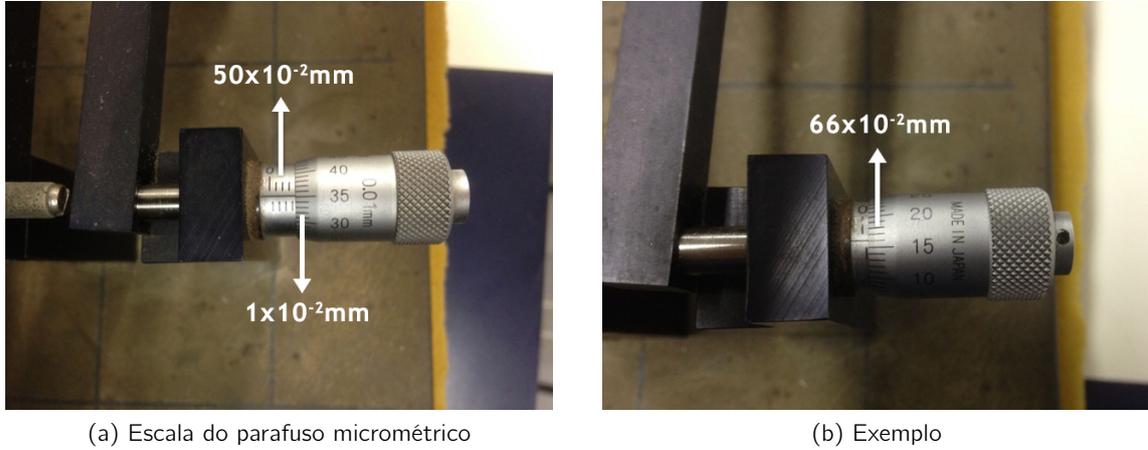


Figura 3.5: Parafuso micrométrico

interferômetro. Suponha que um objeto transparente de comprimento ℓ , cujo índice de refração é dado por n_2 , seja inserido em um dos braços do interferômetro. Neste caso, se o índice de refração do ar (ou do meio no qual o interferômetro está imerso) é n_1 , a diferença de caminhos ótico entre os feixes será modificada de $\Delta\mathcal{L} = 2(n_2 - n_1)\ell$. Se formos capazes de contar o número ΔN de franjas deslocadas após a inserção do objeto, e sabendo que este número corresponde a uma variação da diferença de caminhos ótico igual a $\Delta\mathcal{L} = \Delta N\lambda_0$, onde λ_0 é o comprimento de onda da luz no vácuo, poderemos obter o valor do índice de refração de um dos meios, se conhecermos o do outro:

$$\Delta n \equiv n_2 - n_1 = \frac{\lambda_0}{2\ell} \Delta N. \quad (3.3)$$

No nosso caso, para determinar o índice de refração do ar, inseriremos um recipiente (cuba) de comprimento ℓ , cheio de ar, em um dos braços do interferômetro e faremos variar a pressão em seu interior, usando uma bomba de vácuo. O índice de refração do ar, como o dos gases, em geral, depende linearmente da pressão. De fato, podemos escrever para o índice de refração $n(p)$ do ar à pressão p :

$$n(p) = 1 + \alpha p$$

onde $\alpha = \Delta n/\Delta p$ é uma constante positiva. Portanto, se conseguirmos determinar α experimentalmente, podemos determinar o índice de refração do ar a qualquer valor p da pressão a que este esteja submetido.

Escrevendo

$$\alpha = \frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\Delta n}{\Delta N} \frac{\Delta N}{\Delta p}$$

e usando a relação entre Δn e ΔN , dada na Eq. 3.3, teremos

$$\alpha = -\frac{\lambda_0 \Delta N}{2l \Delta p}, \quad (3.4)$$

onde o sinal menos aparece porque, na Eq. 3.3, contamos apenas o número ΔN de franjas deslocadas, sem nos importarmos em que direção elas são deslocadas (para a direita ou para a esquerda). Como Δn pode tanto ser positivo como negativo, fazendo com que as franjas se desloquem para um lado ou para o outro, para sermos consistentes, na Eq. 3.3 devemos usar o sinal positivo no lado direito quando Δn for positivo e o sinal negativo quando Δn for negativo. Como em nosso experimento diminuiremos constantemente a pressão dentro da cuba, fazendo com que o índice de refração do ar também diminua, devemos introduzir o sinal negativo na Eq. 3.4.

Notem que podemos determinar experimentalmente $\Delta N/\Delta p$ contando o número de franjas deslocadas no anteparo como função da variação de pressão na cuba. A expressão final para o índice de refração do ar à pressão atmosférica pode ser finalmente escrita como

$$n(p_{atm}) = 1 - \frac{\lambda_0 \Delta N}{2l \Delta p} p_{atm}.$$

Podemos tomar $\lambda_0 = \lambda$ dado pelo fabricante, já que a possível diferença seria irrelevante.

3.2 Medição da velocidade da luz (Leitura opcional no semestre 2023-1)

Na seção anterior, determinamos a diferença nos caminhos óticos percorridos por dois feixes luminosos sobrepondo-os em um anteparo e observando o padrão de intensidade luminosa resultante. Agora, determinaremos o tamanho do caminho ótico percorrido por *um feixe luminoso* monitorando eletronicamente a diferença de fases entre um sinal de referência e o sinal gerado pelo feixe luminoso, após o mesmo percorrer um certo caminho ótico. Isso nos permitirá medir a velocidade da luz no ar e na água sem precisar realizar medições precisas de intervalos de tempo extremamente curtos nem usar explicitamente o carácter ondulatório da luz.

3.2.1 Medição da velocidade da luz no ar

Naturalmente, existem várias maneiras de se medir a velocidade da luz. Poderíamos, por exemplo, tentar medir diretamente o intervalo de tempo Δt que a luz gasta para percorrer uma distância Δx e, com isso, determinar sua velocidade. No entanto, como a velocidade da luz no ar é $c_{ar} \approx 2,998 \times 10^8$ m/s, se Δx for da ordem de grandeza das dimensões de nosso laboratório, necessitaremos ser capazes de medir um intervalo de tempo extremamente curto, exigindo o uso de instrumentos extremamente precisos. Poderíamos também, fazer uso do carácter ondulatório da luz. Se conhecermos a frequência f do sinal luminoso, podemos medir seu comprimento de onda no ar, usando um interferômetro de Michelson, por exemplo, e usar a relação $v = \lambda f$, válida para qualquer onda, para determinar a velocidade de propagação da

luz no ar. No entanto, é extremamente difícil medir com precisão frequências tão altas como as da luz visível.

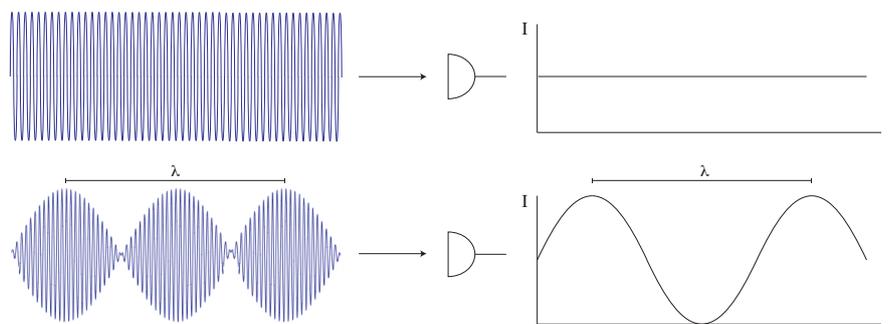


Figura 3.6: Modulação da intensidade do feixe luminoso. A figura superior mostra situação em que a intensidade não é modulada, enquanto a figura inferior mostra o efeito da modulação da intensidade. A parte direita das figuras mostra o sinal efetivamente detectado por um detector de intensidade.

O método que empregaremos a seguir consiste em imprimir uma onda "artificial" na intensidade de um feixe luminoso. Essa onda é "transportada" pela intensidade do feixe, que se propaga com a velocidade da luz. Ela possui, no entanto, uma frequência escolhida por nós, que é muito menor que a frequência da luz visível. O comprimento de onda λ correspondente será da ordem de metros. Isso eliminará a necessidade de uma precisão micrométrica no deslocamento do espelho que usaremos para variar o caminho percorrido por essa onda.

Mais especificamente, usaremos um oscilador eletrônico que gera um sinal senoidal de 50,1 MHz de frequência. Este sinal é utilizado para se modular a intensidade de um feixe luminoso gerado por um LED (diodo emissor de luz). A modulação é senoidal, ou seja, à intensidade do feixe é sobreposto um sinal que varia com o tempo entre zero e um valor máximo, seguindo uma função seno. O LED, portanto, emite um feixe luminoso que se propaga com a velocidade da luz, mas cuja intensidade "carrega" um sinal que varia senoidalmente no tempo com uma frequência de 50,1 MHz. Se detectarmos a intensidade do feixe luminoso, obteremos um sinal que se comporta como uma onda de frequência $f = 50,1$ MHz, que se propaga com a velocidade c_{ar} da luz no ar. Logo, seu comprimento de onda correspondente será $\lambda = c_{ar}/f$, que é muito maior que o comprimento de onda da luz visível. Esse efeito é demonstrado na Figura 3.6: a parte superior da figura mostra a situação sem modulação da intensidade. Nesse caso, a intensidade do feixe oscila com uma frequência que é o dobro da frequência ótica, e, portanto, extremamente alta. Um detector normal é incapaz de detectar essas oscilações e registra apenas um sinal médio constante. A parte inferior da figura mostra a situação com modulação da intensidade. Nesse caso, um sinal de frequência muito menor que a frequência ótica é

sobreposto à intensidade do feixe. Um detector normal é capaz de detectar essa frequência e registra um sinal com comprimento de onda λ . É importante frisar que o que se propaga como uma onda de comprimento de onda λ é a modulação da intensidade do feixe luminoso.

Note que, se pudermos comparar as fases da onda que imprimimos na intensidade do feixe luminoso, antes e depois de ele ter percorrido um percurso cujo tamanho $\Delta\ell$ podemos controlar, seremos capazes de determinar a velocidade de propagação do feixe: a relação $v = \lambda f = \lambda/T$, onde T é o período da onda, nos diz que a onda percorre uma distância λ no tempo T . Suponha que variamos a distância percorrida pelo feixe luminoso, enquanto monitoramos a mudança de fase na onda de intensidade. Quando a diferença das fases antes e depois do percurso for $\delta = \pi$, medimos a distância $\Delta\ell$ percorrida pelo feixe. Sabemos que a diferença de fase será $\delta = \pi$ quando a distância percorrida for $\lambda/2$, onde λ é o comprimento de onda da onda de intensidade. Logo, o feixe terá consumido um tempo $\Delta t = T/2$ para percorrer a distância $\Delta\ell$. A velocidade de propagação do feixe é, portanto,

$$v = \frac{\Delta\ell}{\Delta t} = \frac{\Delta\ell}{T/2} = 2\Delta\ell f, \quad (3.5)$$

onde usamos que $T = 1/f$. A medição da distância $\Delta\ell$ nos fornecerá o valor de v , já que conhecemos o valor de f .

Um diagrama esquemático da montagem experimental que usaremos para medir a velocidade da luz é mostrado na Fig. 3.7.

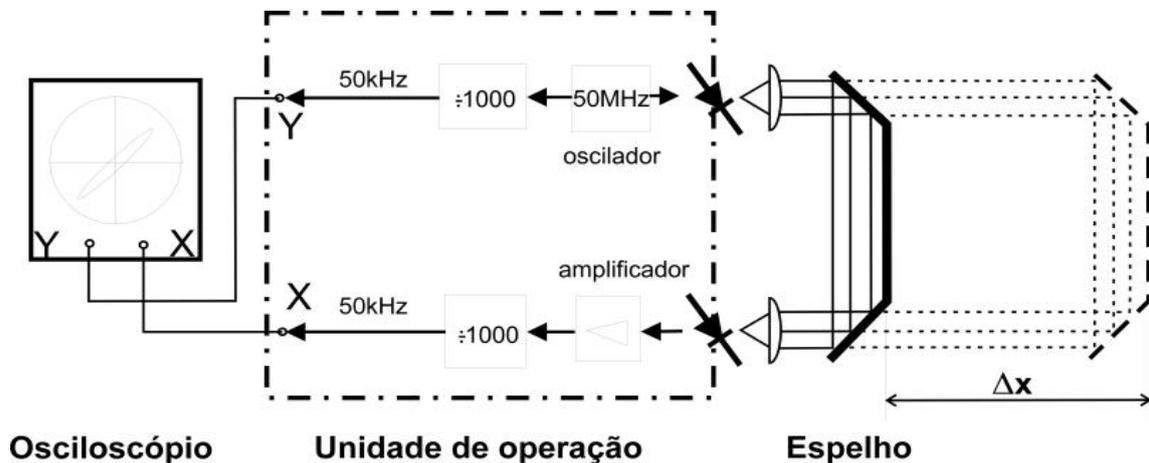


Figura 3.7: Medição da velocidade da luz.

Um oscilador eletrônico gera um sinal senoidal de 50,1 MHz de frequência, que é utilizado para se modular a intensidade de um feixe luminoso gerado por um LED. Este feixe se propaga com

a velocidade da luz até dois espelhos, onde é refletido de volta e detectado na mesma unidade eletrônica, por um segundo LED, que opera como detector. O sinal elétrico gerado na saída do LED que atua como detector é proporcional à intensidade do feixe incidente e, portanto, também senoidal. O sistema compara as fases do sinal usado para modular a intensidade do feixe e do sinal de saída do detector, gerado pelo feixe de luz que retorna à unidade de operação. Os espelhos são móveis. Inicialmente, eles são posicionados perto da unidade de operação e uma possível pequena diferença de fase entre o sinal modulador e o sinal detectado é compensada eletronicamente por meio de um botão girante na unidade eletrônica. Os espelhos são, então, deslocados lentamente enquanto se monitora a diferença de fase entre os sinais. Quando essa diferença se tornar π , paramos de mover os espelhos e medimos a distância Δx entre a posição inicial e a posição final dos mesmos (vide Fig. 3.7). Conforme nossa discussão anterior, a velocidade de propagação da luz será $c_{ar} = 2\Delta l f = 4\Delta x f$ (note que a diferença de percurso da luz entre as duas posições é $2\Delta x$). Como a frequência de modulação é muito menor que a frequência da luz visível, é necessário que o caminho percorrido pelo feixe seja da ordem de 1 metro para que tenhamos uma defasagem de π entre o sinal emitido e o sinal detectado. Isso elimina a necessidade de uma precisão micrométrica no deslocamento dos espelhos.

Tanto o sinal do oscilador eletrônico, quanto o sinal do detector, passam por um dispositivo que divide a frequência por um fator de 1000. Com isto, ao invés de 50,1 MHz, trabalharemos com sinais de 50,1 kHz que podem ser facilmente monitorados por praticamente qualquer osciloscópio. Com o auxílio do osciloscópio, podemos comparar a fase dos dois sinais, a do modulador e a do detectado. Uma maneira elegante e eficiente de fazer esta comparação é através da figura de Lissajous, que se obtém colocando um dos sinais na entrada X e o outro na entrada Y do osciloscópio.

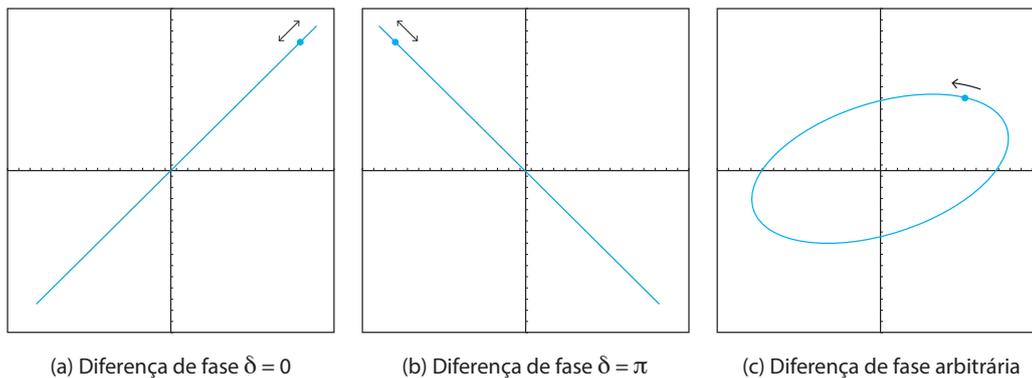


Figura 3.8: Figuras de Lissajous

Monitorando a diferença de fase no osciloscópio.

Quando enviamos um dos sinais para a entrada X do osciloscópio e o outro para a entrada Y e operamos o osciloscópio no modo X-Y, o sinal resultante, em um dado instante de tempo, representa a extremidade de um vetor cuja componente no eixo X é o sinal enviado à entrada X e a componente no eixo Y é o sinal enviado à entrada Y. Sejam

$$I_X(t) = I_{X,0}\text{sen}(\omega t) \quad ; \quad I_Y(t) = I_{Y,0}\text{sen}(\omega t + \delta)$$

os dois sinais enviados ao osciloscópio, onde δ é a diferença de fase entre eles. Se os mesmos representarem, respectivamente, a componente X e a componente Y de um vetor, então a posição da extremidade desse vetor será, em coordenadas polares,

$$\rho(t) = I_X^2(t) + I_Y^2(t) \quad ; \quad \theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{I_Y(t)}{I_X(t)} \right). \quad (3.6)$$

Se a diferença de fase entre os sinais é $\delta = 0$, então, usando as relações acima, teremos

$$\rho(t) = (I_{X,0}^2 + I_{Y,0}^2) \text{sen}^2(\omega t) \quad ; \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{I_{Y,0}}{I_{X,0}} \right).$$

Isso significa que o ângulo θ permanece constante no tempo, enquanto a distância $\rho(t)$ da origem ao ponto representando a soma dos dois sinais oscila entre zero e um valor máximo, com frequência $\omega = 2\pi \times 50,1\text{kHz}$. Como essa frequência ainda é muito alta, nossos olhos não podem seguir o movimento desse ponto. Veremos, então, uma reta fazendo um ângulo θ constante com a direção X. Como $\tan \theta > 0$, a reta se estenderá do primeiro ao terceiro quadrante (vide Fig. 3.8(a)).

Se a diferença de fase entre os sinais é $\delta = \pi$, então $I_Y(t) = -I_{Y,0}\text{sen}(\omega t)$ e teremos

$$\rho(t) = (I_{X,0}^2 + I_{Y,0}^2) \text{sen}^2(\omega t) \quad ; \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{-I_{Y,0}}{I_{X,0}} \right).$$

A única diferença para a situação com $\delta = 0$ é a mudança de θ para $-\theta$. Isso significa que veremos, nesse caso, uma reta que se estende do segundo ao quarto quadrante (vide Fig. 3.8(b)). Quando a diferença de fase δ entre os sinais é diferente desses dois valores, veremos uma elipse no osciloscópio (vide Fig. 3.8(c)).

3.2.2 Medição da velocidade da luz na água

Com a mesma montagem experimental, podemos facilmente medir a velocidade da luz na água (ou em qualquer outro meio) ou, equivalentemente, o índice de refração da água. Para isso, movimentamos os espelhos de uma posição de diferença de fase nula até uma posição de diferença de fase π entre os dois sinais. Com os espelhos na última posição, introduzimos um tubo de água de comprimento $\ell_{\text{H}_2\text{O}}$ no caminho do feixe luminoso (veja a Figura 3.9). Ao introduzirmos o tubo de água, a diferença de fase entre os dois sinais mudará instantaneamente

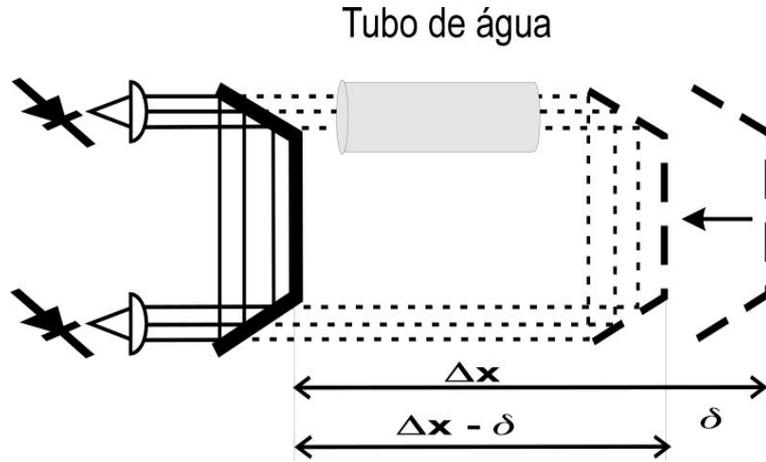


Figura 3.9: Medição da velocidade da luz na água.

pois, com a introdução do tubo, o caminho óptico a ser percorrido pelo feixe aumenta. Após isso devemos movimentar os espelhos lentamente em direção à unidade de operação até a diferença de fase entre os dois sinais voltar a ser π . A medição da distância δ entre as posições dos espelhos antes e depois da introdução do tubo, nos permite determinar a velocidade da luz na água.

Como ajustamos a diferença de fase para π nos dois casos (com e sem o tubo), a luz gasta o mesmo tempo para percorrer o caminho entre os diodos emissor e detector. O tempo na primeira situação é dado por

$$t_1 = \frac{1}{c_{\text{ar}}}(2\Delta x), \quad (3.7)$$

e na segunda é

$$t_2 = \frac{1}{c_{\text{ar}}}[2(\Delta x - \delta) - \ell_{\text{H}_2\text{O}}] + \frac{1}{c_{\text{H}_2\text{O}}}\ell_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (3.8)$$

onde c_{ar} é a velocidade da luz no ar, $\ell_{\text{H}_2\text{O}}$ é o comprimento do tubo de água e $c_{\text{H}_2\text{O}}$ é a velocidade da luz na água. Como $t_1 = t_2$ obtemos

$$n_{\text{H}_2\text{O}} \equiv \frac{c_{\text{ar}}}{c_{\text{H}_2\text{O}}} = 1 + \frac{2\delta}{\ell_{\text{H}_2\text{O}}}. \quad (3.9)$$

3.3 Procedimento experimental - Interferômetro de Michelson

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 3.10.

Ajustes iniciais

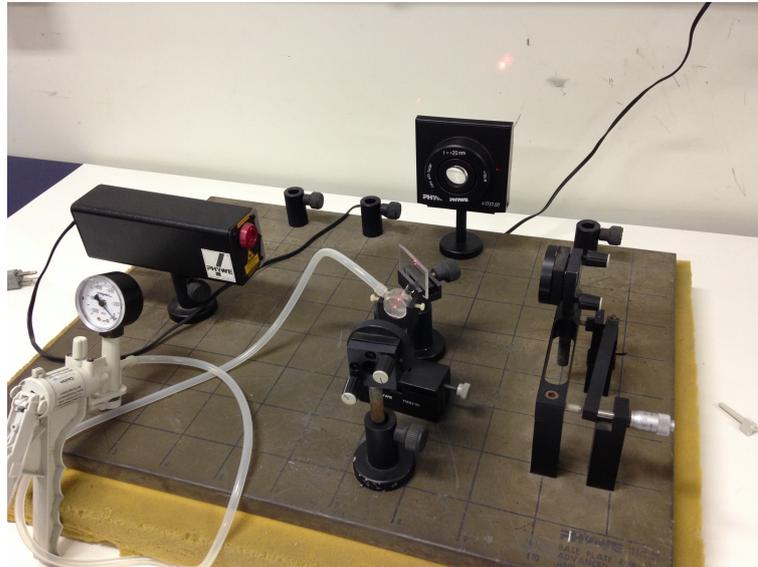


Figura 3.10: Aparato Experimental.

1. Ligue o laser e faça com que o feixe atinja um espelho e retorne sobre si mesmo, propagando-se em um plano paralelo ao plano da mesa.
2. Coloque o semi-espelho no caminho do feixe, produzindo um segundo feixe. Ajuste o semi-espelho para que o segundo feixe se propague formando um ângulo de 90° com o primeiro.
3. Coloque agora um outro espelho no caminho do segundo feixe, refletindo-o de volta sobre si mesmo e sobre o semi-espelho. Certifique-se de que a distância entre o semi-espelho e os dois espelhos é aproximadamente a mesma.
4. Utilizando os parafusos de ajuste angular das montagens dos espelhos, faça com que os feixes se recombinem em um anteparo, como indicado na Fig.3.3, gerando um padrão de franjas paralelas. Você pode usar uma lente de foco curto para expandir o feixe no anteparo.
5. Verifique o deslocamento das franjas, quando você gira o parafuso de deslocamento do espelho. Para cada passagem de uma franja, o deslocamento longitudinal do espelho corresponde a meio comprimento de onda.

3.3.1 Medida do comprimento de onda do laser HeNe

Tomada de dados

1. Utilizando o parafuso de deslocamento longitudinal, desloque um dos espelhos e veja o deslocamento das franjas de interferência.

2. Usando a escala do parafuso, meça o número de franjas deslocadas como função do deslocamento Δx do parafuso. Faça uma tabela com valores de Δx (deslocamento em μm) versus N (número de franjas). Varie N em passos de 10, tal que $N = 10, 20, 30, 40, 50, 60$.

Tratamento dos dados

1. Faça um gráfico de Δx versus N .
2. Usando o gráfico do item anterior, obtenha o comprimento de onda do feixe de laser. Considere um erro relativo de 5% no valor obtido e compare com o valor do fabricante $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Verifique se seu resultado é compatível dentro do critério de 3σ .

3.3.2 Medida do índice de refração do ar

Tomada de dados

1. Coloque a cuba de ar no caminho do feixe em um dos braços do interferômetro.
2. Faça gradativamente vácuo no interior da cuba, com o auxílio da bomba de vácuo.
3. Meça o número N de franjas deslocadas como função da variação da pressão na cuba. Não reduza a pressão abaixo de -800 mbar !

Tratamento dos dados

1. Faça um gráfico de N versus p .
2. Obtenha do gráfico o valor de $\frac{\Delta N}{\Delta p}$ (coeficiente angular) .
3. A partir dos seus dados determine o índice de refração do ar à pressão de uma atmosfera (1 atm), considerando o comprimento da cuba $\ell = 55 \text{ mm}$. (obs.: 1 atm = 1013 hPa = 760 mmHg; 1 mbar = 1 hPa).
4. Subtraia 1 do valor obtido no item anterior (isso consiste em subtrair o valor do índice de refração do vácuo do valor obtido). Considere um erro relativo de 5% no valor resultante e compare-o com o valor tabelado ($n_{1\text{atm}} - n_{\text{vac}} = 0,00029$). Verifique se seu resultado é compatível dentro do critério de 3σ .

3.4 Procedimento experimental - Medição da velocidade da luz (opcional no semestre 2023-1)

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 3.11.



Figura 3.11: Aparato Experimental.

Ajustes iniciais

1. Coloque os espelhos o mais distante possível dos diodos e faça o alinhamento dos espelhos e das lentes em frente aos diodos, de modo a maximizar o sinal detectado.
2. Coloque os espelhos o mais próximo possível dos diodos e ajuste a diferença de fase para zero, com o auxílio do botão de ajuste de fase na unidade de controle. A diferença de fase é nula quando a figura de Lissajous se transforma em um reta.

3.4.1 Medição da velocidade da luz no ar

Tomada de dados

1. Afaste os espelhos dos diodos, monitorando a diferença de fase, até que a variação total da fase seja de π . Ao variar a fase de zero a π a figura de Lissajous passará de uma reta para uma elipse e finalmente voltará a ser uma reta com inclinação de sinal contrário.
2. Meça a distância Δx entre as posições dos espelhos na condição de diferença de fase igual a zero e π . Note que, ao mover os espelhos, haverá uma posição inicial onde a figura de Lissajous passa a ser uma reta. Se você continuar movendo os espelhos, a figura permanece uma reta dentro de um pequeno intervalo de posições. Use para Δx o centro desse intervalo e considere a incerteza em Δx como sendo a metade do comprimento do mesmo intervalo.

Tratamento dos dados

1. Com os resultados das medições feitas no item anterior, determine a velocidade da luz no ar e sua incerteza. Lembre-se que a frequência de modulação da intensidade luminosa é $f = 50,1$ MHz. Considere uma incerteza de 1% nessa frequência.
2. Construa uma tabela contendo os valores de Δx , da velocidade da luz no ar c_{ar} e suas respectivas incertezas, incluindo os resultados de todos os grupos.
3. Determine a melhor aproximação e sua respectiva incerteza para o valor medido da velocidade da luz no ar com os valores medidos por todos os grupos. Determine a discrepância entre o valor obtido experimentalmente e o valor de referência $c_{\text{ar}} = 2,998 \times 10^8$ m/s. O valor tabelado é compatível com o valor obtido no experimento dentro do critério de 3σ ?

3.4.2 Medição da velocidade da luz na água

Tomada de dados

1. Retorne os espelhos para a situação de diferença de fase igual a π , do procedimento anterior. Insira o tubo contendo água no caminho do feixe de luz. Note que a diferença de fase muda após a inserção do tubo.
2. Ajuste a diferença de fase para que ela volte a ser de π , movendo os espelhos. Veja a Fig.3.9.
3. Meça a distância δ entre as duas configurações. Note que, ao mover os espelhos, haverá uma posição inicial onde a figura de Lissajous passa a ser uma reta. Se você continuar movendo os espelhos, a figura permanece uma reta dentro de um pequeno intervalo de posições. Use para δ o centro desse intervalo e considere a incerteza em δ como sendo a metade do comprimento do mesmo intervalo.

Tratamento dos dados

1. Com as medidas do item anterior, determine o índice de refração da água com a sua respectiva incerteza. O comprimento do tubo de água é $\ell_{\text{H}_2\text{O}} = 100,0 \pm 0,5$ cm.
2. Construa uma tabela contendo os valores de δ , do índice de refração da água e suas respectivas incertezas, incluindo os resultados de todos os grupos.
3. Determine a melhor aproximação e sua respectiva incerteza para o valor medido do índice de refração da água com os valores medidos por todos os grupos. Determine a discrepância entre o valor obtido experimentalmente e o valor de referência $n_{\text{H}_2\text{O}} = 1,333$. O valor tabelado é compatível com o valor obtido no experimento dentro do critério de 3σ ?

4. Com o valor do índice de refração da água obtido no item anterior e o valor de referência para a velocidade da luz no ar $c_{\text{ar}} = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$, determine a velocidade da luz na água e sua respectiva incerteza.

3.5 Referências Bibliográficas

1. <https://www.ligo.org/> e <http://www.virgo-gw.eu/>
2. B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. Phys. Rev. Lett. **116**, 061102 (2016).

Experimento 4

ESPECTROSCOPIA ÓTICA

4.1 Introdução

Espectroscopia, em sua acepção mais geral, é o estudo da interação entre radiação e matéria em função do comprimento de onda (ou frequência) da radiação envolvida. A espectroscopia ótica estuda a absorção e emissão de luz pela matéria em função de seu comprimento de onda. Em seus primórdios, a espectroscopia ótica esteve intimamente ligada à decomposição da luz visível em suas cores constituintes. Hoje sabemos que isso significa decompor um feixe de luz composto por radiação eletromagnética de vários comprimentos de onda em vários feixes de comprimento de onda bem definido.

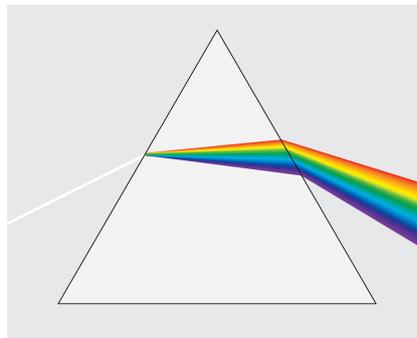


Figura 4.1: Dispersão da luz natural por um prisma.

Sir Isaac Newton (1642 - 1726) foi a primeira pessoa a mostrar, em 1666, que a luz do sol pode ser decomposta em uma série contínua de cores e denominou esse contínuo de cores de espectro da luz. Para isso, ele fez a luz solar passar por um pequeno orifício e, após colimá-la, a fez atravessar um prisma de vidro. A luz dispersada pelo prisma foi projetada sobre um anteparo, revelando o espectro da mesma (vide Fig. 4.1). Dessa forma, Newton criou o primeiro espectroscópio, que ainda é elemento constituinte de vários espectrômetros modernos, e lançou

os alicerces da espectroscopia moderna.

Após o trabalho pioneiro de Newton, passou-se a estudar o espectro da luz solar com mais detalhes, descobrindo-se que o mesmo se estendia além do espectro visível. Também passou-se a estudar o espectro da luz proveniente de planetas e estrelas e mostraram-se que os mesmos diferiam do espectro da luz proveniente do Sol. Seguramente, o cientista que mais contribuiu para esses estudos foi Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826). Ele, também, foi o responsável pela introdução da rede de difração como espectroscópio. A rede de difração, que já estudamos no módulo "Ótica ondulatória: Interferência e Difração", também dispersa um feixe incidente de luz policromática de maneira similar a de um prisma (vide Fig. 4.2). No entanto, ao contrário do prisma, que usa o fenômeno da refração para dispersar a luz, a rede usa o fenômeno da difração da luz incidente para obter o mesmo efeito. Como veremos mais tarde, o uso da rede de difração como espectroscópio tem algumas vantagens em relação ao uso do prisma.

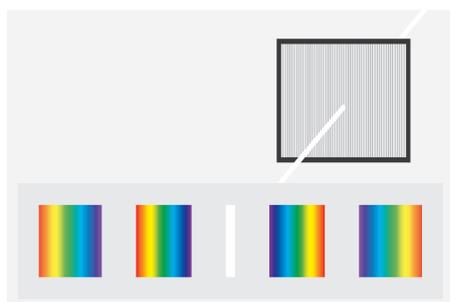


Figura 4.2: Dispersão da luz natural por uma rede de difração.

Algumas décadas mais tarde, Gustav Kirchhoff (1824 - 1887) deu outro grande impulso à espectroscopia ao estabelecer que a luz emitida por qualquer elemento químico tem um espectro único, característico daquele elemento. Kirchhoff também estabeleceu que cada elemento químico absorve apenas luz com comprimentos de onda que estão presentes no seu espectro de emissão. Isso significa que, ao analisarmos a luz natural que atravessa um gás rarefeito de uma dada composição química, veremos um espectro contínuo que apresenta linhas escuras em posições determinadas pela composição química do gás (esse procedimento se chama espectroscopia de absorção). Ao estabelecer esses fatos, Kirchhoff mostrou que, ao estudarmos o espectro da luz emitida por uma fonte desconhecida, podemos determinar sua composição química. É com base nessa lei da espectroscopia que sabemos quais elementos estão presentes nas estrelas distantes, por exemplo. A Figura 4.3 mostra o espectro da luz solar na região do visível. Dentro do contínuo de cores, podemos ver as linhas escuras, características dos elementos químicos presentes na atmosfera solar. A razão de porquê cada átomo e molécula tem seu espectro característico só foi explicada corretamente com o aparecimento da Mecânica

Quântica. É importante lembrar que o estudo do espectro da luz emitida por corpos aquecidos foi essencial para se mostrar que a física clássica apresentava problemas insuperáveis e precisava ser substituída por uma teoria mais abrangente – a física quântica.

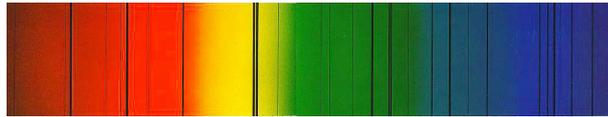


Figura 4.3: Espectro da luz solar na região do visível.

Neste módulo, discutiremos os dois métodos historicamente mais importantes de espectroscopia ótica: espectroscopia ótica com o uso de prismas dispersivos e espectroscopia ótica com o uso de redes de difração.

4.2 Espectroscopia ótica por refração

A dispersão da luz por um meio refrativo, como um prisma, por exemplo, está intimamente relacionada a dois fenômenos físicos. O primeiro, conhecido como refração, é o desvio que um feixe de luz sofre ao atravessar a superfície entre dois meios com índices de refração diferentes. Isto acontece porque o índice de refração de um meio está diretamente relacionado à velocidade com que um feixe de luz se propaga nesse meio. O desvio acontece porque, ao atravessar a superfície que separa os dois meios, a luz tem sua velocidade de propagação bruscamente modificada. O segundo fenômeno está relacionado com o fato de a velocidade de propagação da luz em um dado meio depender do comprimento de onda λ da mesma: feixes de luz de comprimento de ondas diferentes se propagam com velocidades diferentes dentro de um mesmo meio. Portanto, se o feixe que atravessa a superfície entre dois meios transparentes for composto de radiação de diversos comprimentos de onda, os desvios para cada um desses comprimentos de onda serão diferentes entre si, porque cada um deles propaga-se no meio com uma velocidade diferente, que depende do valor de λ . Isso resulta na dispersão do feixe, dado que as componentes de diferentes comprimentos de onda sofrerão desvios diferentes (vide Fig. 4.1). Todos os meios transparentes são mais ou menos dispersivos. Apenas o vácuo, no qual a luz se propaga sempre com a velocidade $c \approx 2,998 \times 10^8 m/s$, independente de seu comprimento de onda, é não-dispersivo. A um meio transparente associamos um índice de refração n , que é definido como sendo a razão entre a velocidade c da luz no vácuo e a velocidade v da luz naquele meio:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4.1)$$

Como a velocidade de propagação da luz em um dado meio depende de seu comprimento de onda, o índice de refração n de um meio não é constante e depende do comprimento de onda da luz. Para ondas eletromagnéticas em geral, e para a luz em particular, uma expressão satisfatória

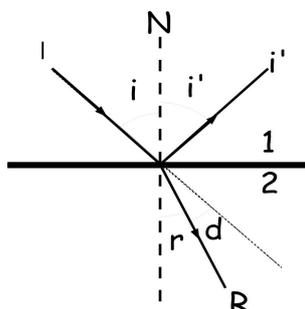


Figura 4.4: Refração da luz.

aproximada para o índice de refração em função do comprimento de onda é dada pela fórmula de *Cauchy* :

$$n(\lambda) = b\lambda^{-2} + a, \quad (4.2)$$

onde a e b são constantes características do meio em que as ondas se propagam. Neste módulo, trataremos os fenômenos de reflexão e refração sob o ponto de vista geométrico, usando o conceito de raio de luz. Esse tratamento é adequado, uma vez que as superfícies encontradas pela onda eletromagnética têm dimensões muito maiores do que o comprimento de onda λ . Na situação em que um raio se propaga num meio de índice de refração n_1 e, após incidir numa superfície de separação, continua a propagar-se num meio de índice de refração n_2 (vide Fig. 4.4), as relações entre as direções de propagação dos raios incidente, refletido e refratado são determinadas pelas leis de Snell:

1^a) O raio incidente I , o raio refletido I' , o raio refratado R e a normal N no ponto de incidência, estão no mesmo plano.

2^a) O ângulo de reflexão i' é igual ao ângulo de incidência i .

3^a) A relação entre os ângulos de incidência i e de refração r é dada por :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r). \quad (4.3)$$

Na tabela 2.1, são mostrados, a título de ilustração, índices de refração para gases, líquidos e sólidos a temperaturas específicas. Estes dados foram obtidos para luz com um comprimento de onda específico.

4.2.1 Refração através de um prisma

Podemos determinar a dependência $n(\lambda)$ do índice de refração de uma dado meio com o comprimento de onda λ da luz, usando as leis de refração. Para isto, basta escrevermos a 3^a) lei

Gases(0°C)	n	Gases(0°C)	n
Ar	1,000293	Hélio	1,000036
Hidrogenio	1,000132	Dióxido de carbono	1,000490
Líquidos (20°C)	n	Líquidos (20°C)	n
Benzeno	1,501	Água	1,333
Etanol	1,361	Tetracloroeto de carbono	1,461
Sólidos (25°C)	n	Sólidos (25°C)	n
Diamante	2,419	Âmbar	1,550
Sílica fundida	1,458	Cloreto de sódio	1,500

Tabela 4.1: Tabela de índices de refração de alguns gases, líquidos e sólidos.

de Snell para cada comprimento de onda :

$$n_2(\lambda) = n_1(\lambda) \frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}[r(\lambda)]}. \quad (4.4)$$

Na relação acima, o meio 2 é o meio para o qual queremos determinar $n(\lambda)$, e o meio 1 é um meio de referência. Frequentemente o meio 1 é o ar, com $n_{\text{ar}} \simeq 1$. Como o ângulo i de incidência pode ser escolhido livremente, a única variável a ser determinada é o ângulo de refração $r(\lambda)$. Apliquemos essa relação à refração da luz por um prisma de base triangular,

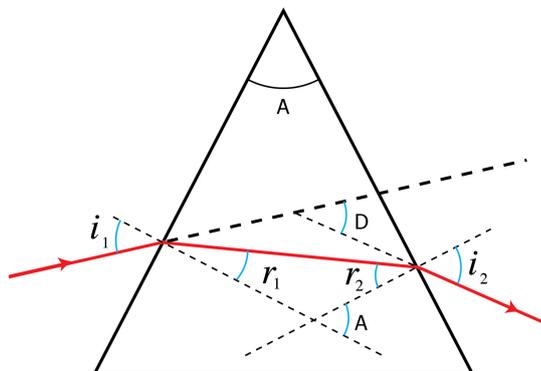


Figura 4.5: Refração da luz através de um prisma.

imerso no ar (vide Fig. 4.5). Na configuração da Figura 4.5, um raio de luz, entrando no prisma pela face esquerda, emergirá na face direita desviado de sua direção original de propagação por um ângulo D , chamado de desvio angular. Na primeira refração (na face esquerda) o raio é desviado de um ângulo $i_1 - r_1$, enquanto que, na segunda refração (na face direita), o raio é desviado de um ângulo $i_2 - r_2$. Logo, o desvio total é $D = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2)$. Além disso, usando geometria elementar, podemos ver que $A = r_1 + r_2$. Portanto, teremos:

$$\begin{aligned} D &= i_1 + i_2 - A, \\ A &= r_1 + r_2. \end{aligned} \quad (4.5)$$

A relação acima mostra que o desvio angular D depende apenas do ângulo de incidência i_1 , da abertura A do prisma, e do índice de refração $n(\lambda)$, por meio de i_2 . Como i_1 e A são conhecidos, a determinação de D nos dará informação sobre $n(\lambda)$. Se quiséssemos conhecer explicitamente a dependência de D com o índice de refração $n(\lambda)$, deveríamos usar a lei de Snell para escrever i_2 em função de i_1 , A e $n(\lambda)$. Essa expressão revelaria dois comportamentos característicos do desvio angular D :

1. Para um ângulo de incidência i_1 fixo, o desvio angular **aumenta** quando o comprimento de onda λ da luz incidente **diminui**. Com base na Eq. (4.2), isso significa que o desvio angular aumenta com o índice de refração $n(\lambda)$ (vide Fig. 4.6).
2. Para λ fixo, o desvio angular varia com o ângulo de incidência i_1 , passando por um valor mínimo D_{\min} , chamado de desvio mínimo (vide Fig. 4.6).

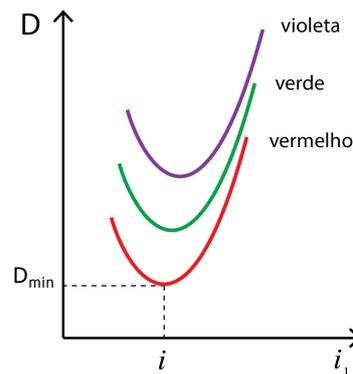


Figura 4.6: Comportamento do desvio angular D .

O desvio angular mínimo D_{\min} é de particular interesse para nossos propósitos. Seu valor pode ser obtido analiticamente, derivando-se a primeira linha da Eq. (4.5) em relação a i_1 e impondo-

se $dD/di_1 = 0$. Resulta que, para o desvio angular alcançar seu valor mínimo D_{min} , devemos ter:

$$i_1 = i_2 = i \text{ e, conseqüentemente, } r_1 = r_2 = r. \quad (4.6)$$

É deixado como exercício ao leitor interessado demonstrar essas relações. O resultado acima mostra que o feixe, para o qual o desvio angular é mínimo, atravessa o prisma simetricamente, ou seja, paralelo a sua base (vide Fig. 4.7). Combinando as Equações 4.6 e 4.5, obtemos as

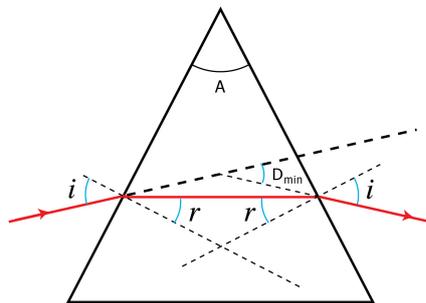


Figura 4.7: Refração da luz em um prisma na situação de desvio angular mínimo.

relações :

$$i = (D_{min} + A)/2 \quad (4.7)$$

$$r = A/2.$$

Usando esse valores em nossa equação fundamental Eq. (4.4), chegamos ao resultado procurado:

$$n(\lambda) = \frac{\text{sen} \left\{ \frac{1}{2} [D_{min}(\lambda) + A] \right\}}{\text{sen} \left[\frac{1}{2} A \right]}. \quad (4.8)$$

Assim, para se medir o índice de refração de um prisma, para um dado comprimento de onda, basta medir o ângulo D_{min} e conhecer o ângulo A . Essa relação extremamente simples dá origem a um dos métodos mais acurados para se determinar o índice de refração de um meio transparente.

Como o ângulo D (ou D_{min}) depende de λ , as diferentes componentes espectrais da luz incidente emergem do prisma em direções distintas. Isso resulta na dispersão da luz pelo prisma. Notem que, se conhecermos as constantes a e b da Eq. (4.2) para o material do qual o prisma é fabricado, a medição do desvio angular D_{min} para cada componente espectral da luz incidente nos permite determinar o valor do comprimento de onda λ de cada uma dessas componentes. Esse fato, no entanto, resulta em uma desvantagem no uso de um prisma para medições espectroscópicas, quando comparado com uma rede de difração, que será introduzida a seguir: para

podemos medir o comprimento de onda λ das componentes espectrais de um feixe de luz com um prisma, necessitamos, antes, caracterizar o material com o qual o prisma foi fabricado, ou seja, determinar os parâmetros a e b da Eq. (4.2).

A grandeza que nos permite saber o quão fortemente um prisma dispersa a luz é a sua dispersão $\mathcal{D}(\lambda)$, definida como

$$\mathcal{D}(\lambda) = \frac{dD_{min}}{d\lambda} = \left(\frac{dD_{min}}{dn} \right) \left(\frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (4.9)$$

Por uma dada resolução angular, quanto maior a dispersão, melhor a precisão do prisma para realização de espectroscopia.

Usando as equações (4.2) e (4.8) temos

$$\mathcal{D}(\lambda) = \frac{-2b}{\lambda^3} \left(\frac{2\text{sen} \left[\frac{1}{2}A \right]}{\cos \left\{ \frac{1}{2} [D_{min}(\lambda) + A] \right\}} \right). \quad (4.10)$$

O primeiro fator depende do material do qual o prisma é feito, enquanto o segundo fator depende da geometria do sistema. Observe que o sinal negativo significa que o desvio decresce quando λ cresce de forma que o vermelho é menos desviado que o violeta.

A performance de um espectrômetro é caracterizada pelo seu poder de resolução R , que mede a capacidade de medirmos duas linhas espectrais, muito próximas, separadamente. É geralmente definido pelo inverso da menor variação fracionária ($d\lambda/\lambda$) no comprimento de onda de uma linha espectral λ , ainda detectável pelo aparelho:

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda}, \quad (4.11)$$

onde $d\lambda$ é a variação no comprimento de onda da linha. Por exemplo, numa linha espectral dupla onde as duas componentes de comprimentos de onda λ_1 e λ_2 estão no limite de poder ser distinguida uma da outra, teríamos $d\lambda \simeq |\lambda_1 - \lambda_2|$ e

$$R \approx \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} \quad (4.12)$$

Como razão de comprimentos, o poder de resolução R é uma grandeza sem dimensão.

Por tanto, para dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2 , a condição para que o espectrômetro seja capaz de os medir separadamente é que o poder de resolução R seja maior que

$$R \geq \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|}. \quad (4.13)$$

4.3 Espectroscopia ótica usando interferência com múltiplas ondas

Como já ficou claro, da seção anterior, o ingrediente básico para a espectroscopia ótica é um elemento que disperse a luz incidente, ou seja, um elemento que decomponha um feixe de luz policromática em seus constituintes monocromáticos. Além do prisma, que refrata a luz incidente, outro elemento dispersor muito importante é a rede de difração, que difrata a luz incidente.

Como discutido no módulo “Ótica ondulatória: Interferência e Difração”, quando luz de comprimento de onda λ incide **perpendicularmente** sobre uma rede de difração, o padrão de intensidade resultante apresenta máximos de intensidade bastante estreitos, cujas posições angulares são dadas por:

$$\text{sen}\theta_{max}^m = N_l m \lambda ; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4.14)$$

onde m é um número inteiro que define a ordem do máximo, N_l é o número de linhas por unidade de comprimento da rede e λ é o comprimento de onda da luz incidente. A equação acima é conhecida como *equação da rede de difração para incidência normal*. Se a luz incidente sobre a rede tiver um único comprimento de onda, teremos regiões completamente escuras entre dois máximos adjacentes (vide Fig. 4.8a). Entretanto, se a luz que incide sobre a rede for composta de vários comprimentos de onda diferentes, teremos um padrão de intensidades diferente após a fenda. De fato, analisando a Eq. (4.14), verificamos que as posições dos máximos de interferência dependem do comprimento de onda. Assim, cada cor (ou comprimento de onda) produzirá máximos em ângulos diferentes, ou seja, um feixe incidente contendo várias componentes de cor será decomposto e cada cor passará a propagar-se em uma direção diferente, atingindo o anteparo em um ponto diferente (vide Fig. 4.8b). Por meio de medidas dessas direções, somos capazes de determinar os valores dos comprimentos de onda, se conhecermos o número N_l de linhas por unidade de comprimento da rede de difração. Como o fabricante de

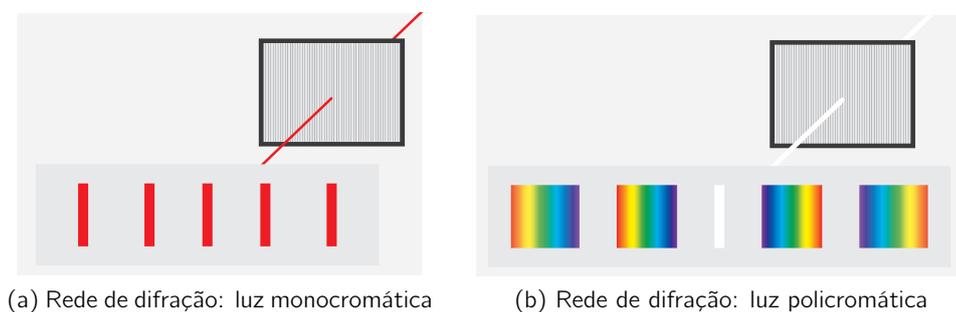


Figura 4.8: Difração por uma rede

uma rede de difração nos fornece o número N_l de linhas por unidade de comprimento da rede,

não necessitamos caracterizá-la antes de usá-la para a medição do comprimento de onda de um feixe de luz qualquer. Esse fato torna o uso da rede de difração mais vantajoso que o uso de um prisma para espectroscopia. Nesse módulo, no entanto, assumiremos que não conhecemos N_l para a rede que usaremos. Portanto, antes de usá-la para medir comprimentos de onda de feixes luminosos, teremos que determinar N_l . Para isso, utilizaremos uma lâmpada de vapor de mercúrio, que é uma fonte de luz cujas características nós conhecemos previamente. Esta fonte emite luz de várias cores diferentes. No entanto, o seu espectro não é contínuo. No feixe produzido por esta lâmpada, encontraremos apenas alguns comprimentos de onda específicos, característicos do vapor de mercúrio e cujos valores nós conhecemos e estão listados em uma tabela mais abaixo. Enviaremos um feixe produzido por esta lâmpada através da rede de difração e mediremos os ângulos dos máximos de difração para cada uma das cores. Por meio de uma regressão linear gráfica, encontraremos o valor de N_l para a nossa rede. A partir daí, estaremos aptos a medir o comprimento de onda de qualquer feixe de luz com nosso sistema.

4.3.1 Dispersão angular

Analogamente ao caso da espectroscopia por um prisma, define-se a dispersão angular de uma rede de difração como $d\theta_{max}/d\lambda$. Diferenciando-se a relação (1) obtém-se:

$$d\theta_{max}/d\lambda = mN_l/\cos\theta_{max}.$$

Isso mostra que a dispersão da rede aumenta com o número N_l de linhas por unidade de comprimento e com a ordem do máximo considerado.

4.4 Procedimento experimental - Espectroscopia ótica por refração:

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 4.9, onde se vê, em primeiro plano, o goniômetro. Esse aparelho permite medir ângulos de desvio com alta precisão. Peça a seu professor para explicá-lo como usar todos os controles do aparelho. **Leia atentamente o procedimento experimental até o final, antes de começar a trabalhar em sua montagem.**

4.4.1 Medição do ângulo de desvio com o goniômetro

O goniômetro possui dois conjuntos de escalas onde pode ser feita a medição do ângulo. Essas escalas aparecem nos dois lados do aparelho. Escolhido um dos lados, vamos mostrar agora como se efetua a leitura correta do ângulo. Usaremos como exemplo a configuração mostrada na Fig. 4.10.

A escala superior (móvel) compreende ângulos de 0° a 359° e cada grau está dividido em três partes, de modo que a menor divisão dessa escala corresponde a $20'$. A escala inferior (fixa) compreende valores entre $0'$ e $20'$ e cada minuto está dividido em duas partes, de modo que a menor divisão corresponde a $0,5'$ ($30''$). O zero da escala inferior indica a medida da escala superior. Então para a configuração da Fig. 4.10 a leitura seria:



Figura 4.9: Espectrômetro de refração.

$$50^{\circ}40' + \theta, \quad (4.15)$$

onde θ corresponde a algum valor entre $0'$ e $20'$, cujo valor será determinado através da escala inferior. O valor θ a ser somado na expressão 4.15 é obtido procurando-se o traço da escala inferior que melhor se alinha com um traço da escala superior. Dado que a largura das raias espectrais não é desprezível, desconsidere as frações de minuto na leitura da escala inferior. Na configuração mostrada na Fig. 4.10, $\theta = 3'$. Com efeito a leitura final com a incerteza é:

$$50^{\circ}40' + 3' \rightarrow 50^{\circ}43,0' \pm 0,5' \quad (4.16)$$

4.4.2 Ajustes iniciais

1. Coloque o goniômetro em frente à lâmpada de modo a maximizar a iluminação da fenda.
2. Ajuste a largura da fenda para uma abertura pequena o suficiente para que se possa olhar diretamente para ela. Ajuste os focos do colimador e do telescópio de tal modo a ter uma imagem nítida da fenda, através de ambos.
3. Alinhe o telescópio com o colimador (vide Fig. 4.11a) e garanta que a mira vertical do telescópio esteja exatamente em cima da imagem da fenda. Para isso, use o botão de ajuste fino da orientação do telescópio.

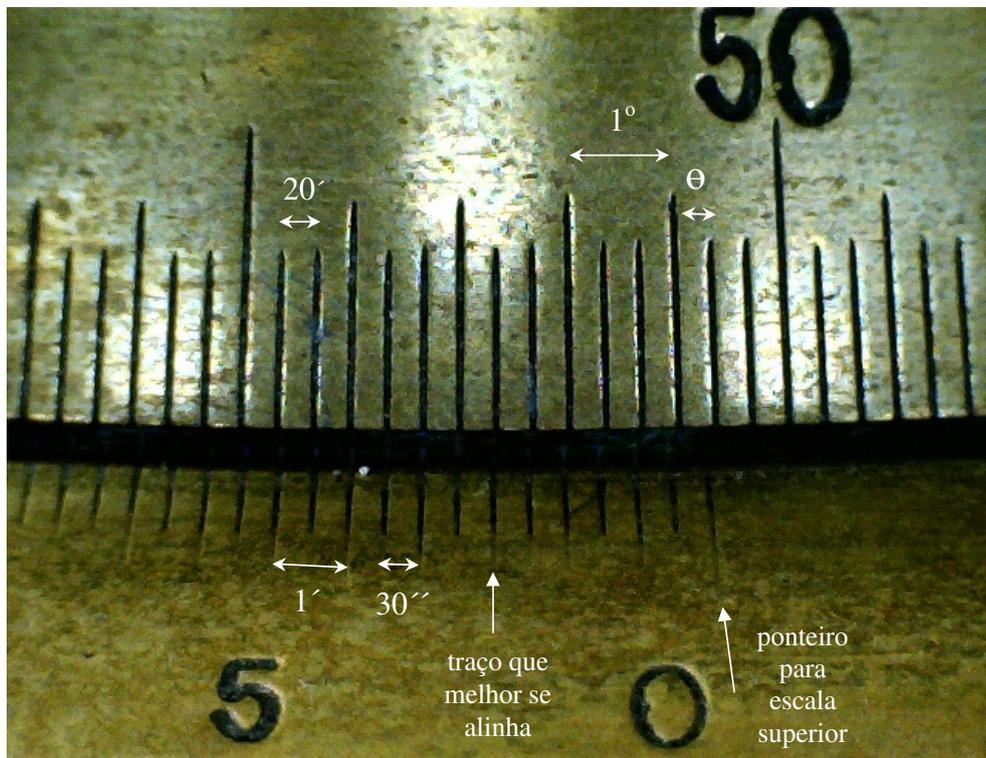


Figura 4.10: Leitura do ângulo no goniômetro.

4. Meça a posição angular da direção de propagação da luz sem prisma e anote o valor obtido como referência para as medidas de ângulos. *Note que todas as leituras posteriores de ângulos também devem usar a mira vertical como referência.*
5. Coloque o prisma na posição indicada na Fig. 4.11b (vide também Fig. 4.9).
6. Verifique, a olho nu, se os feixes coloridos emergem da face do prisma.
7. Verifique agora com o telescópio cada uma das linhas (cores) da tabela abaixo. A Figura 4.12 mostra as linhas coloridas que devem ser observadas. As setas indicam as linhas na tabela.

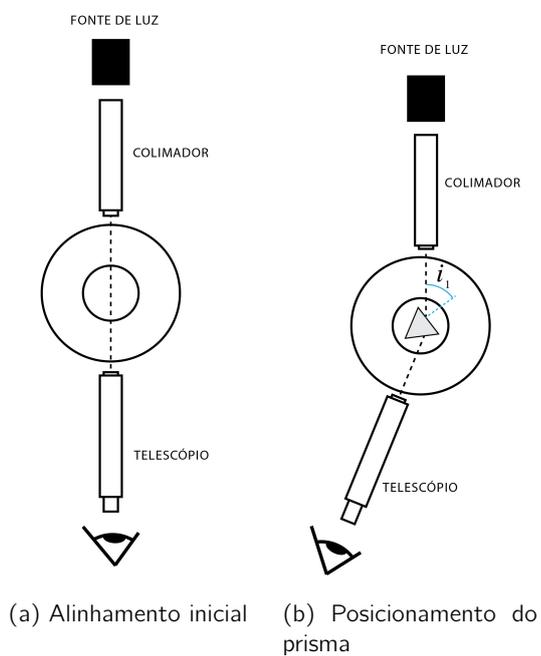


Figura 4.11: Procedimentos iniciais

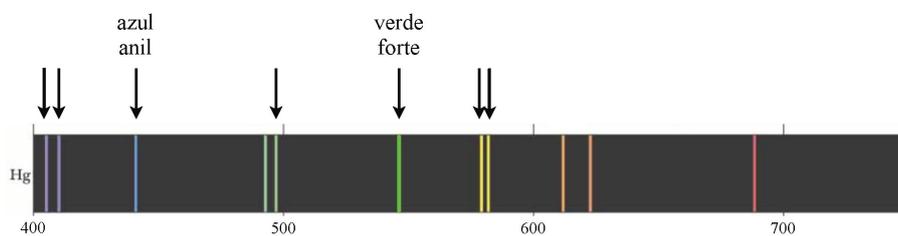


Figura 4.12: (Colorida) Linhas da lâmpada de Hg.

cor	intensidade	λ (Å)	cor	intensidade	λ (Å)
amarelo	forte	5791	verde-azulado	média	4916
amarelo	forte	5770	azul-anil	forte	4358
verde	forte	<i>determinar na aula</i>	violeta	fraca	4078
violeta	média	4047			

4.4.3 Medição de D_{min}

1. Observe através do telescópio uma das raias. Varie o ângulo de incidência da luz sobre o prisma girando com sua mão a base onde se encontra o mesmo, de tal forma a reduzir o ângulo de desvio desta raia (vide Fig. 4.13).

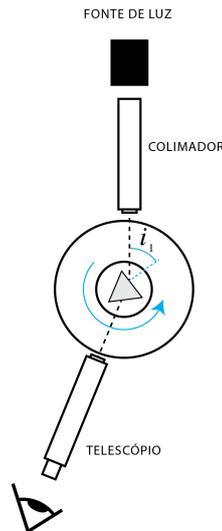


Figura 4.13: Ajuste do ângulo de incidência.

2. Verifique que existe uma posição, e conseqüentemente um ângulo de incidência, para o qual o ângulo de desvio é mínimo. Para isso, continue girando a base onde se encontra o prisma até o ponto onde o desvio para de diminuir e começa a crescer. Ao alcançar esse ponto, pare de girar a base do prisma. Essa posição corresponde ao ângulo de incidência que produz o desvio mínimo para essa raia.
3. Meça o ângulo de desvio nesta posição, após posicionar a mira sobre a raia. Isto corresponde à medida de D_{min} para esta cor. Faça uma tabela com as medidas de D_{min} para cada uma das cores da tabela anterior, **inclusive a linha "verde forte"**.

4.4.4 Tratamento dos dados

1. Calcule, usando a Eq. (4.8), os valores de $n(\lambda)$ para cada D_{min} medido.
2. Acrescente à sua tabela os valores dos índices de refração $n(\lambda)$ e de λ^{-2} .
3. Faça um gráfico de $n(\lambda)$ versus λ^{-2} .

4. Ajuste uma reta através dos pontos e obtenha os valores dos parâmetros a e b para a Eq. (4.2).
5. Descreva uma maneira de utilizar os dados obtidos para medir o comprimento de onda das raias de uma fonte de luz desconhecida.
6. Determine experimentalmente o comprimento de onda λ da linha verde (intensidade forte) emitida pela lâmpada usada para fazer as medidas anteriores.
7. Considerando as duas linhas espectrais do amarelo, determine o poder de resolução necessário para separá-las, a partir da Eq. (4.13).
8. A partir de seus valores de $n(\lambda)$, e dos dados para os vidros tipo *flint* e tipo *crown*, apresentados na Seção 4.6, determine o tipo de vidro utilizado na fabricação do prisma.



Figura 4.14: Aparato Experimental.

4.5 Procedimento experimental - espectroscopia ótica por interferência com múltiplas ondas:

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 4.14. **Leia atentamente o procedimento experimental até o final, antes de começar a trabalhar em sua montagem.**

Ajustes iniciais

1. Coloque o goniômetro em frente à lâmpada de mercúrio de modo a maximizar a iluminação da fenda.
2. Ajuste a largura da fenda para uma abertura pequena o suficiente para que se possa olhar diretamente para ela.
3. Ajuste os focos do colimador e do telescópio de modo a ter uma imagem nítida da fenda através de ambos. Alinhe o telescópio com o colimador (vide Fig. 4.11a) e garanta que a mira vertical do telescópio esteja exatamente em cima da imagem da fenda. Para isso, use o botão de ajuste fino da orientação do telescópio.
4. Meça a posição angular da direção de propagação da luz sem rede e anote o valor obtido como referência para as medidas de ângulos.
5. Coloque a rede de difração de tal forma que seja perpendicular ao feixe de luz incidente. **A rede devere ser mantida perpendicular o feixe durante todo o processo de medida.** Embora seja impossível obter uma perpendicularidade muito precisa ao olho nu, poderemos corrigir de forma perturbativa o erro de medida decorrendo da não-perpendicularidade da rede. Usaremos para isso um tratamento de dados adequado.
6. Verifique com o telescópio, se os feixes coloridos emergem da rede. Identifique agora cada uma das linhas (cores) da tabela abaixo, para a lâmpada de mercúrio(Hg). A Figura 4.15 mostra as linhas coloridas que devem ser observadas. As setas indicam as linhas na tabela.

cor	intensidade	λ (Å)	cor	intensidade	λ (Å)
amarelo	forte	5791	verde-azulado	média	4916
amarelo	forte	5770	azul-anil	forte	4358
verde	forte	<i>determinar na aula</i>	violeta	fraca	4078
violeta	média	4047			

4.5.1 Determinação de N_f

Tomada de dados

1. Observe através do telescópio que cada uma das cores (linhas) à direita da direção frontal pode também ser vista do lado esquerdo, conforme o diagrama esquemático da Fig. 4.16.

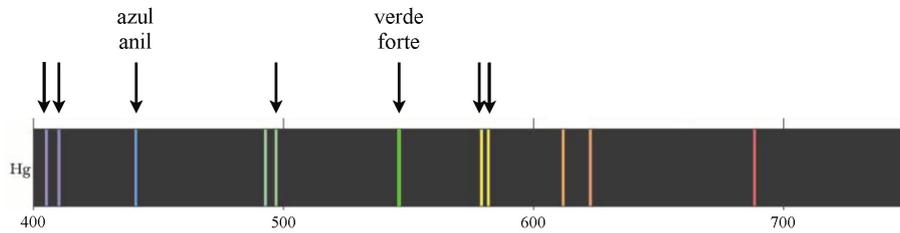


Figura 4.15: (Colorida) Linhas da lâmpada de Hg.

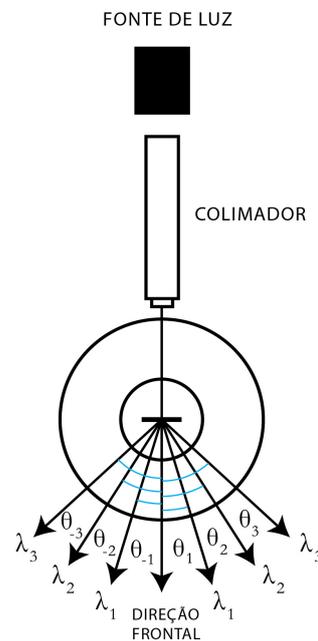


Figura 4.16: (Colorida) Diagrama esquemático dos máximos de ordem $m = \pm 1$ de difração pela rede.

- Para cada uma das linhas, ou cores, meça os ângulos, em relação à direção frontal, correspondente aos máximos de ordem $m = 1$ (à direita da direção frontal) e de ordem $m = -1$ (à esquerda da direção frontal) conforme indicado na Fig. 4.16. Tome a média dos ângulos $\theta_{max} = (|\theta_{max}^1| + |\theta_{max}^{-1}|)/2$. Usar esta média em vez de somente o ângulo θ_{max}^1 permite corrigir o defeito de perpendicularidade: as desvios dos valores dos ângulos θ_{max}^1 e $|\theta_{max}^{-1}|$ com respeito ao caso ideal (valor dos ângulos com uma rede perfeitamente perpendicular ao feixe) são aproximadamente opostas e fazem que os erros se compensem na primeira ordem.

Tratamento dos dados

1. Utilizando os dados do item anterior faça um gráfico de $\text{sen}\theta_{max}$ em função de λ .
2. Determine, a partir do gráfico, o valor de N_l e compare-o com o valor fornecido pelo fabricante da rede. Poderemos tratar a quantidade $\text{sen}\theta_{max}$ como se fosse $\text{sen}\theta_{max}^m$ com $m = 1$. Qual é a distância d entre as fendas da rede de difração?

4.5.2 Determinação de um comprimento de onda desconhecido

Se tivermos um feixe de luz cujo comprimento de onda desejamos medir, podemos utilizar o espectrômetro de rede de difração. Dado que conhecemos o valor de N_l para a rede, basta medir o ângulo θ_{max}^m para vários valores de m , por exemplo, para obter o valor de λ .

Tomada e tratamento de dados

1. Determine experimentalmente o comprimento de onda λ da linha verde (intensidade forte) emitida pela lâmpada usada para fazer as medidas anteriores. Meça o ângulo das ordens $m = -2, -1, 1, 2$ em relação a direção frontal e faça uma tabela com os valores de m e $\text{sen}\theta_{max}^m$. Obs: desta vez **não** tomamos a média de dois ângulos.
2. Faça um gráfico de $\text{sen}\theta_{max}^m \times mN_l$ e determine o valor de λ graficamente. Comente se a reta obtida neste gráfico passa pela origem, e porque.

4.6 APÊNDICE 1 - DADOS ÚTEIS

Ângulo de abertura A dos prismas utilizados nos experimentos: $A = 60^\circ$.

Linha verde forte: $\lambda = 5461 \text{ nm}$.

Valores típicos de índice de refração:

n (vidro flint) = 1.60 - 1.65 n (vidro crown) = 1.52 - 1.54

Valores para a região espectral do amarelo:

$dn/d\lambda$ (vidro flint) = 1000/cm $dn/d\lambda$ (vidro crown) = 400/cm

Experimento 5

POLARIZAÇÃO DA LUZ

5.1 Introdução

Em geral, podemos descrever a luz que se propaga em meios transparentes como uma onda eletromagnética transversal. Isso significa que, a cada instante, os campos elétrico e magnético associados a essa onda são descritos por vetores ortogonais à direção de propagação da mesma, como mostra a Fig. 5.1. Para descrevermos completamente tal onda, precisamos, a cada

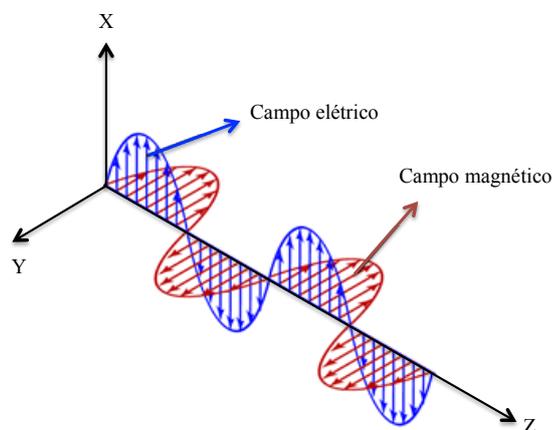


Figura 5.1: Onda eletromagnética se propagando ao longo da direção z.

instante, especificar não só o módulo, mas também, a *direção* desses vetores. O estado de *polarização* da luz é determinado pelo comportamento temporal da orientação do vetor campo elétrico, em qualquer plano ortogonal à sua direção de propagação. Se, por exemplo, em uma dada posição ao longo da direção de propagação da luz, apenas o módulo e o sentido do vetor campo elétrico mudam no tempo, enquanto sua *direção* permanece fixa, dizemos que a luz é *linearmente* polarizada. A *direção* da polarização é dada pela direção do vetor campo elétrico.

A Fig. 5.2 ilustra luz linearmente polarizada a 45° em relação ao eixo X (curva vermelha).

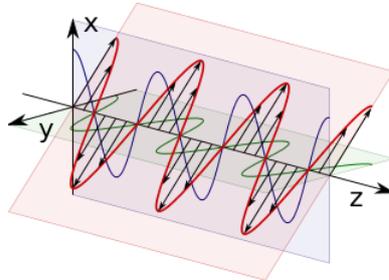


Figura 5.2: Luz linearmente polarizada a 45° .

A luz polarizada a 45° é uma superposição de luz linearmente polarizada na horizontal (curva verde) com luz linearmente polarizada na vertical (curva azul). Dependendo das amplitudes das componentes horizontais e verticais A_H e A_V , poderemos ter o vetor campo elétrico formando um ângulo θ com o eixo X dado por:

$$\tan \theta = \frac{A_H}{A_V}, \quad (5.1)$$

onde $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. No caso de luz polarizada verticalmente (horizontalmente) temos $\theta = 0^\circ$ ($\theta = 90^\circ$). O que caracteriza a luz linearmente polarizada é o fato de a componente horizontal oscilar em fase ou em oposição de fase (defasagem de meio comprimento de onda) com a componente vertical. Quando este comportamento não se verifica temos luz *elipticamente* polarizada. Neste caso, tanto o módulo, quanto a direção do campo elétrico variam no tempo, em uma dada posição. Resulta que a extremidade do vetor campo elétrico descreve uma elipse ou um círculo (caso particular em que a defasagem entre a componente horizontal e vertical é um quarto do comprimento de onda e as amplitudes A_H e A_V são iguais). A Fig. 5.3 ilustra a luz circularmente polarizada.

Dependendo do sentido de percurso do círculo pelo vetor campo elétrico, a polarização da luz pode ser classificada em circular esquerda (mostrada na Fig. 5.3) ou direita, se em sentido contrário.

Muitas vezes, a direção do vetor campo elétrico varia aleatoriamente no tempo, em uma dada posição, como mostra a Fig. 5.4. Nesses casos, dizemos que a luz é *não polarizada*.

5.2 Polarizador e a Lei de Malus

A orientação do campo elétrico da luz é fundamental na determinação de seu comportamento na interação com a matéria. Alguns materiais transmitem toda a luz polarizada em uma dada

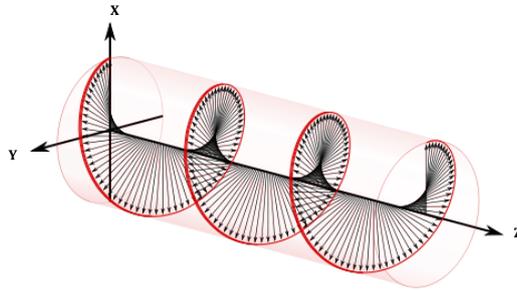


Figura 5.3: Luz circularmente polarizada.

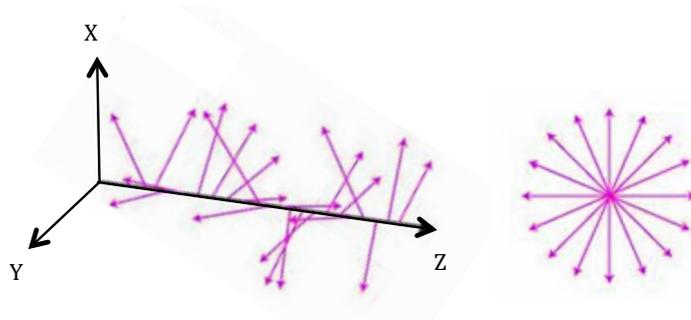


Figura 5.4: Luz não polarizada.

direção refletindo ou absorvendo toda a luz polarizada na direção perpendicular. Estes materiais são utilizados para construir *polarizadores*. O eixo de polarização define a direção da luz transmitida pelo polarizador, como mostra a Fig. 5.5.

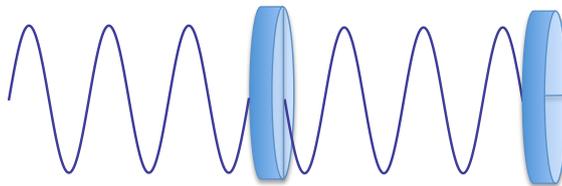


Figura 5.5: Comportamento de polarizadores de acordo com a orientação do eixo.

Lei de Malus

Consideraremos um feixe de luz inicialmente polarizado linearmente numa direção θ_0 . (Na experiência que faremos no laboratório, utilizaremos um laser de diodo que já emite um feixe de luz linearmente polarizada). Após passar através de um polarizador que tem seu eixo de polarização ao longo da direção θ_1 , a parte do feixe que é transmitida fica polarizada na direção θ_1 , como mostra a Fig. 5.6. A intensidade do feixe transmitido por um polarizador ideal (sem

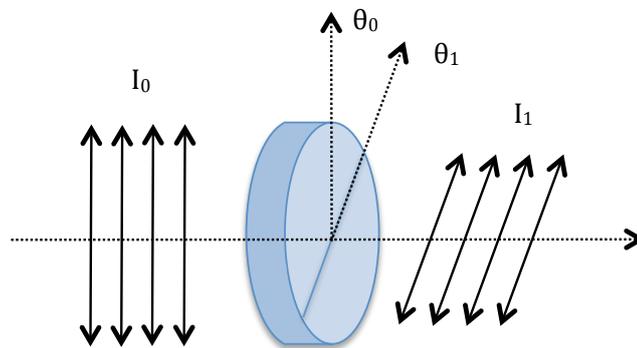


Figura 5.6: Transmissão de um feixe de luz inicialmente polarizada através de um polarizador.

perdas) é dada pela *Lei de Malus*:

$$I_1 = I_0 \cos^2(\theta_1 - \theta_0), \quad (5.2)$$

onde I_0 é a intensidade incidente no polarizador e I_1 a intensidade transmitida pelo mesmo.

Na prática, a intensidade transmitida I_1 quando o polarizador está alinhado com a polarização do feixe incidente ($\theta_1 = \theta_0$) será menor que I_0 devido a perdas. No caso dos polarizadores utilizados neste experimento, a maior parte das perdas será por reflexão.

No caso de luz não polarizada, apenas a componente paralela ao eixo do polarizador é transmitida conforme a Fig. 5.7:

A intensidade da luz transmitida neste caso é uma média do lado direito da Eq. (5.3) para todos os ângulos ($\theta_1 - \theta_0$) variando entre $0 \leq (\theta_1 - \theta_0) \leq 2\pi$. Neste caso, teremos:

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \quad (5.3)$$

Os óculos de sol com lentes polarizadoras utilizam este efeito para atenuar a luz natural, que em geral é não polarizada.

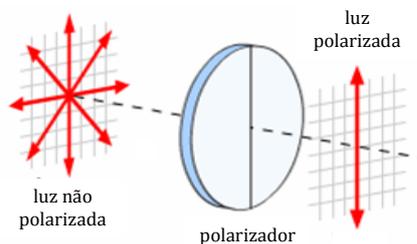


Figura 5.7: Incidência de luz não polarizada em um polarizador.

5.3 Placas de Onda

Placas de onda são dispositivos óticos capazes de alterar o estado de polarização da luz. São construídas a partir de materiais birrefringentes como mica ou quartzo. Estes materiais possuem uma direção particular (eixo ótico) em que o índice de refração n_e , correspondente ao eixo paralelo ao eixo ótico, denominado de *extraordinário*, é diferente do índice na direção perpendicular n_o , correspondente ao eixo denominado de *ordinário*, como mostra a Fig. 5.8.

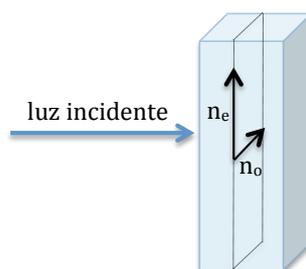


Figura 5.8: Eixos extraordinário e ordinário de um material birrefringente.

Para luz incidente normal ao plano formado pelos dois eixos, a componente de polarização ao longo do eixo extraordinário se propaga através do material com velocidade $v_e = c/n_e$, enquanto a componente de polarização ao longo do eixo ordinário se propaga com velocidade $v_o = c/n_o$. Com efeito, a luz que emerge do material apresenta uma diferença de fase entre as componentes ao longo destas duas direções. Dependendo da espessura da placa, podemos gerar uma defasagem entre as componentes equivalente a uma diferença de caminho ótico de um quarto de comprimento de onda ou de um meio de comprimento de onda.

5.3.1 Placas de Meia Onda

As placas de *meia* onda HWP (da sigla em inglês de *half wave plate*) são cortadas com espessura tal que a defasagem entre as componentes é de meio comprimento de onda. A Fig. 5.9 ilustra o efeito de uma HWP sobre uma luz incidente com polarização linear a 45° em relação ao eixo extraordinário da placa.

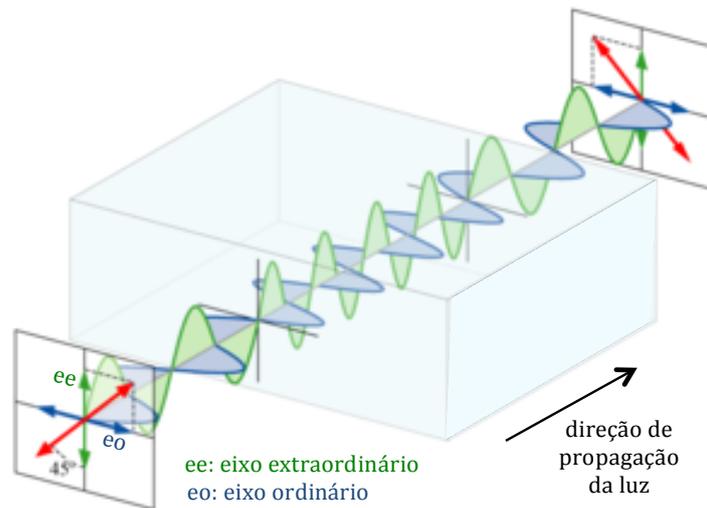


Figura 5.9: Efeito de uma placa de meia onda em luz incidente (seta vermelha) com polarização linear a 45° do eixo extraordinário.

As componentes horizontal e vertical da polarização inicialmente em fase, emergem do material em oposição de fase (defasagem de meio comprimento de onda). Resulta que a polarização da luz que emerge da placa está girada de 90° em relação à polarização da luz incidente. No caso geral, **o efeito de uma placa HWP com eixo extraordinário formando um ângulo θ com a direção de polarização linear da luz incidente é girar a polarização no plano formado pelos eixos extraordinário e ordinário de um ângulo de 2θ , como mostra a Fig. 5.10.**

Este comportamento ocorre para uma placa de onda ideal (sem perdas e projetada para o comprimento de onda correto). Na prática, a intensidade transmitida pela placa de onda é menor que a intensidade incidente. Além disto, a polarização resultante tende a ser mais elíptica, a medida que o comprimento de onda da luz incidente difere daquele para a qual a placa foi projetada.

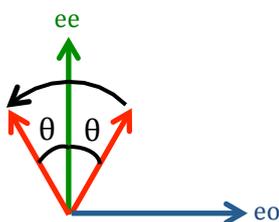


Figura 5.10: Efeito de uma placa HWP em luz incidente com polarização linear formando um ângulo de θ com o eixo extraordinário.

5.3.2 Placas de Quarto de Onda

As placas de *quarto* de onda QWP (da sigla em inglês de *quarter wave plate*) são cortadas com espessura tal que provoca uma defasagem de um quarto de comprimento de onda entre as componentes nas direções do eixo extraordinário e ordinário e pode transformar uma polarização linear em circular.

Uma aplicação interessante das placas QWP e dos polarizadores são os filmes em 3D. O ser humano possui visão binocular, de modo que cada olho visualiza uma imagem diferente¹. A diferença angular entre as duas imagens é utilizada pelo cérebro para construir a percepção de profundidade.

Nos filmes em 3D são utilizadas duas câmeras: uma para captar imagens para o olho direito e a outra para o olho esquerdo. Na projeção do filme, as duas imagens sobrepostas atingem o campo de visão do espectador. Para que cada olho só receba uma das imagens, elas possuem polarizações circulares opostas. O espectador utiliza óculos especiais que contêm, em cada lado, uma placa QWP e um polarizador. A Fig. 5.11 ilustra uma configuração possível para o lado direito óculos.

A polarização circular direita da luz incidente, correspondente à imagem que o olho direito deve receber, é transformada pela placa QWP em polarização linear a 45° , que por sua vez é totalmente transmitida pelo polarizador, que tem seu eixo nesta mesma direção. Por outro lado, esta mesma placa transforma a luz com polarização circular esquerda, correspondente à imagem que o olho esquerdo deve receber, em polarização linear a -45° , que por sua vez é completamente bloqueada pelo polarizador. Assim a imagem correspondente ao olho esquerdo não atinge o olho direito. O lado esquerdo do óculos tem configuração semelhante, mas com o eixo do polarizador na direção -45° , de modo a transmitir completamente luz com polarização circular esquerda e bloquear luz com polarização circular direita².

A utilização de luz com polarização linear, ao invés de circular, para codificar cada uma das imagens, dispensaria a utilização da placa QWP, mas teria a desvantagem de que a imagem

¹Experimente segurar um lápis a uma distância de aproximadamente 10 cm de seus olhos. Compare a imagem obtida com o olho esquerdo fechado com aquela obtida com o olho direito fechado.

²Note que a polarização circular esquerda poderia ser utilizada para codificar a imagem do olho direito e vice-versa.

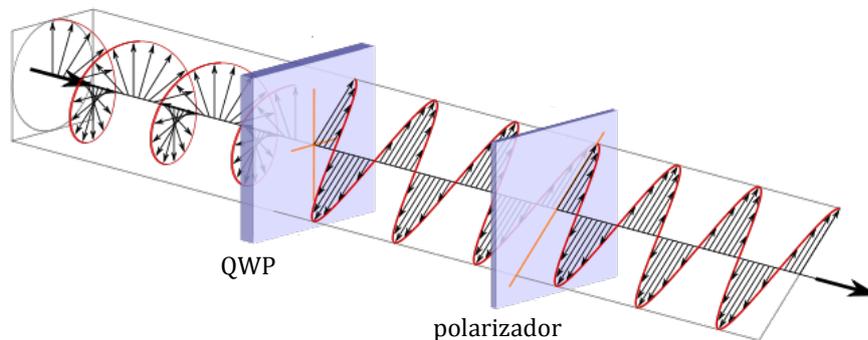


Figura 5.11: Esquema óptico dos óculos especiais para filmes em 3D.

ficaria atenuada caso o espectador inclinasse a cabeça, mudando a direção do polarizador. No caso de luz com polarização circular, a inclinação da cabeça altera não só a direção do polarizador, mas também a da placa QWP, garantindo que o eixo do polarizador sempre fique alinhado com a direção de polarização linear.

5.4 Ângulo de Brewster

Há várias maneiras de se produzir luz polarizada a partir de luz não polarizada, além da utilização de polarizadores. Uma destas maneiras é a polarização por reflexão.

É sempre possível decompor a polarização da luz incidente sobre uma superfície de separação entre dois meios em uma componente paralela ao plano de incidência (plano formado pela direção da luz incidente e a direção normal) e outra perpendicular ao mesmo, como mostra a Fig. 5.12.

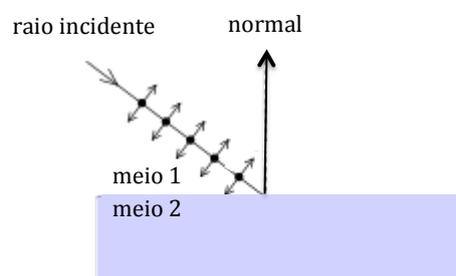


Figura 5.12: Luz incidente na superfície de separação entre dois meios.

Na Fig. 5.12, a seta dupla corresponde à componente paralela e o ponto (representando um vetor perpendicular à folha de papel, apontando para fora) corresponde à componente perpendicular ao plano de incidência.

Para estudar a reflexão e a refração é necessário saber como o campo eletromagnético se comporta na interface entre dois meios. Usando as leis do eletromagnetismo clássico, é possível mostrar que na reflexão, a componente de polarização paralela ao plano de incidência se anula completamente para um determinado ângulo de incidência θ_B denominado *Brewster*, como mostra a Fig. 5.13.

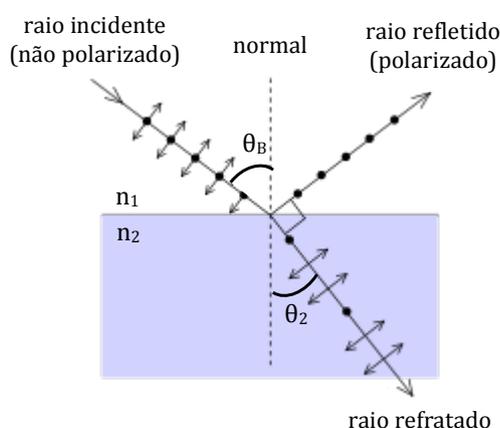


Figura 5.13: Ângulo de Brewster.

Portanto, se um raio de luz não polarizada atingir à superfície no ângulo de Brewster, a luz refletida será polarizada na direção perpendicular ao plano de incidência.

O ângulo de Brewster deve satisfazer a relação:

$$\theta_B + \theta_2 = 90^\circ, \quad (5.4)$$

onde θ_2 é o ângulo entre a direção do raio refratado e a normal à superfície de separação.

Como o ângulo entre o raio de incidência e a normal é sempre igual ao ângulo entre o raio refletido e a normal, resulta que nesta situação, a direção do raio refletido e o raio refratado são perpendiculares, como mostra a Fig. 5.13.

Usando a lei de Snell:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (5.5)$$

onde θ_1 é o ângulo entre o raio incidente e a normal, e a Eq. 5.4, é possível estabelecer uma

relação entre o ângulo de Brewster e os índices de refração n_1 e n_2 dos meios:

$$n_1 \sin(\theta_B) = n_2 \sin(\theta_2) = n_2 \sin(90^\circ - \theta_B) = n_2 \cos(90^\circ - \theta_B) \rightarrow \tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1} \quad (5.6)$$

Todo o desenvolvimento anterior é igualmente válido para luz incidente com polarização bem definida.

Esta propriedade física pode ser utilizada para se fotografar objetos embaixo da água. A luz do sol incidente no ângulo de Brewster se reflete com polarização paralela à superfície da água (perpendicular ao plano de incidência). Usando um filtro polarizador e girando-o para que seu eixo fique ortogonal a esta direção de polarização, elimina-se a luz do sol refletida e pode-se fotografar os objetos imersos na água, como mostra a Fig. 5.14.



Figura 5.14: Eliminação de reflexo com filtro polarizador.

5.5 Procedimento experimental

Confira todo o material antes de iniciar e o organize depois que finalizar a experiência. Avise ao professor no início da aula se faltar algum item. O aparato para a realização da primeira parte da experiência é mostrado na Fig. 5.15.

5.5.1 Polarizador

1. Observe a luz da luminária no teto da sala, olhando através de um polarizador. Agora gire o polarizador. O que acontece com a intensidade da luz que passa pelo polarizador



Figura 5.15: Aparato experimental para estudo do polarizador e da placa de onda

enquanto ele é girado? Podemos concluir que a luminária emite luz polarizada ou não polarizada? Por quê?

2. Agora observe a luz da luminária da sala olhando através de *dois* polarizadores. O que acontece quando você gira um polarizador em relação ao outro? O que podemos concluir sobre a polarização da luz que passa por um polarizador?
3. Agora coloque um polarizador na frente do laser e gire-o. Podemos concluir que o laser emite luz polarizada ou não polarizada? Por quê?

5.5.2 Determinação do fator de transmissão do polarizador 1

Considere que a direção de polarização do laser coincide com o eixo do polarizador 1 na direção $\theta_1 = 0^\circ$, de modo que na Eq. (5.3) o ângulo $\theta_0 = 0^\circ$. Em outras palavras o ângulo entre a direção de polarização do laser e o a direção do eixo do polarizador 1 é dado simplesmente por θ_1 .

1. Usaremos um detector para medir a intensidade da luz. Alinhe o feixe de laser para que ele atinja diretamente o detector, maximizando o sinal detectado. Anote o valor da intensidade I_0 e sua incerteza σ_{I_0} .
2. Insira o polarizador 1 entre o laser e o detector e alinhe seu eixo com a direção do laser fazendo $\theta_1 = 0^\circ$. Anote o valor intensidade transmitida I_{01} e de sua incerteza $\sigma_{I_{01}}$.

3. Compare esse valor com I_0 . Por quê eles são diferentes? Calcule o fator de transmissão do polarizador $T_{P_1} = \frac{I_{01}}{I_0}$.

5.5.3 Lei de Malus

O objetivo é realizar um gráfico mostrando a intensidade medida I_1 em função de $\cos^2(\theta_1)$ e observar a Lei de Malus experimentalmente. Obtemos uma determinação alternativa da intensidade máxima transmitida pelo polarizador (notaremos $I_{1_{max}}$ o valor correspondente, se os aparelhos e as medidas fossem perfeitos, deveríamos obter $I_{1_{max}} = I_{01}$).

1. Para ter valores de $\cos^2(\theta_1)$ igualmente espaçadas, é preciso ter valores de θ_1 igualmente espaçadas? Escolha uma sequência de ângulos θ_1 entre 0° e 90° de tal forma a ter uma diferença similar entre os valores sucessivos de $\cos^2(\theta_1)$. Esta sequência de ângulos será usada para as medidas de I_1 . Preencha a tabela com os valores θ_1 escolhidos e para cada linha da tabela calcule o valor de $\cos^2(\theta_1)$ correspondente.
2. Varie o ângulo θ_1 do polarizador 1 conforme a sequência definida no item anterior, e meça os respectivos valores de intensidade I_1 .
3. Faça um gráfico de I_1 em função de $\cos^2(\theta_1)$.
4. Desenhe a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais e obtenha graficamente o valor da intensidade máxima transmitida, $I_{1_{max}}$ através do coeficiente angular da reta.
5. Calcule a discrepância relativa DR em relação ao valor esperado I_{01} obtido anteriormente. Qual medida lhe parece mais confiável? Porque?

5.5.4 Luz transmitida por dois polarizadores

Considere que a direção de polarização do laser coincide com o eixo do polarizador 2 na direção $\theta_2 = 0^\circ$.

1. Retire o polarizador 1 e coloque o polarizador 2 na montagem perto do detector. Alinhe o polarizador 2 com o ângulo $\theta_2 = 90^\circ$, que corresponde ao mínimo de intensidade transmitida.
2. O que você espera que aconteça se colocar o polarizador 1 *entre* o laser e o polarizador 2?
3. Ajuste o ângulo do polarizador 1 para $\theta_1 = 45^\circ$ e insira o polarizador 1 *entre* o laser e o polarizador 2. O que acontece?
4. Explique como é possível que a introdução do polarizador 1 entre o laser e o polarizador 2 possa fazer a intensidade transmitida voltar a ser diferente de zero.

5.5.5 Análise qualitativa do efeito da Placa de meia onda

1. Retire os dois polarizadores da montagem e introduza a placa de meia onda próximo ao laser.
2. Gire-a e observe o comportamento da intensidade. Houve variação? Explique.
3. Introduza o polarizador 1 *entre* a placa de meia onda e o detector. Gire a placa de onda e observe a intensidade no detector. Houve variação? Explique.

5.5.6 Análise quantitativa do efeito da placa de meia onda

Nesta parte do experimento vamos verificar o comportamento da placa de meia onda para diferentes inclinações do eixo ótico em relação à direção de polarização do laser. O polarizador desempenhará o papel de um analisador, para medir intensidades em direções ortogonais que designaremos de vertical (V) e horizontal (H).

1. Alinha o laser, o polarizador na polarização vertical e o detector (sem placa de meia onda por enquanto).
2. Introduza a placa de meia onda entre o laser e o polarizador. Mude o ângulo da placa de meia onda de tal forma que a intensidade seja máxima. O que podemos dizer sobre a polarização da luz após a placa de meia onda? Chamamos de θ_V este ângulo da placa de meia onda. Anote o valor de θ_V no relatório. Este ângulo será usado nas etapas a seguir.

A partir de agora, usaremos as definições:

- θ : Ângulo da placa de meia onda
 - I_V^θ : intensidade obtida pelo detector com a placa de meia onda no ângulo θ e o polarizador alinhado verticalmente.
 - I_H^θ : intensidade obtida pelo detector com a placa de meia onda no ângulo θ e o polarizador alinhado horizontalmente.
3. Sem mudar o ângulo θ_V da placa de meia onda, meça as intensidades $I_V^{\theta_V}$ e $I_H^{\theta_V}$ respectivamente obtidas com o polarizador alinhado na posição vertical e na posição horizontal.
 4. Ajuste o ângulo da placa de meia onda para os ângulos seguintes $\theta = \theta_V + 22,5^\circ$, $\theta = \theta_V - 22,5^\circ$ e $\theta = \theta_V + 45^\circ$. Para cada posição da placa de meia onda, meça os dois valores I_V^θ e I_H^θ das intensidades obtidas com o polarizador na posição vertical e na posição horizontal respectivamente.
 5. Ilustre o estado final de polarização, imediatamente antes do polarizador, através de um desenho similar ao da Fig. 5.10. O esquema deverá mostrar a polarização da luz antes e após a placa de meia onda, assim que a posição dos eixos extraordinários e ordinários da placa de meia onda. Lembre-se que a polarização do laser não varia.

6. Imagine que queremos identificar estados de polarização com o nosso aparato, através das medidas de I_V^θ e I_H^θ . Consideramos novamente o conjunto dos três estados de polarização obtidos através de cada uma das posições angulares $\{\theta_V + 22, 5^\circ, \theta_V - 22, 5^\circ, \theta_V + 45^\circ\}$ da placa de meia onda. Entre estes três estados, qual são os estados que podemos distinguir? Qual são os estados que não podemos distinguir?
7. Para o ângulo da placa de meia onda ajustado para $\theta_V + 90^\circ$, qual dos resultados anteriores para I_V^θ e I_H^θ você esperaria encontrar? Explique.

Estes quatro estados de polarização são utilizados em criptografia quântica (protocolo BB84). Leia mais em “Ciência Hoje, vol. 47, n. 277, 2010”.

5.5.7 Codificação ótica de informação

Nesta etapa vamos simular um processo de comunicação usando codificação ótica para representar a informação. Como vimos, a placa de meia onda pode preparar diferentes estados finais de polarização dependendo de seu ângulo com relação à polarização linear incidente. Codificaremos três letras, segundo a seguinte convenção:

- A: placa de meia onda com ângulo de θ_V ;
- O: placa de meia onda com ângulo de $\theta_V + 22, 5^\circ$;
- N: placa de meia onda com ângulo de $\theta_V + 45^\circ$;

A partir de agora o grupo deve ser dividido em dois subgrupos denominados *transmissor* e *receptor*.

Instruções para o grupo transmissor

1. Escolha uma palavra de 4 letras pertencentes ao conjunto $\{A, O, N\}$, por exemplo: nono, anao, etc. Atenção: o grupo receptor NÃO poderá ter acesso a esta palavra.
2. Escreva, em um papel a parte, a sequência de ângulos da placa de meia onda correspondente à palavra escolhida.
3. A transmissão da informação (palavra) se dará pela preparação sequencial dos ângulos da placa segundo o item anterior. Para cada letra, aguarde o grupo receptor realizar a leitura das intensidades I_V^θ e I_H^θ , que permitirá identificar o ângulo preparado pela placa de meia onda e, conseqüentemente cada letra, de acordo com a convenção previamente estabelecida.
4. Sinalize ao grupo receptor que vai iniciar a transmissão.

Instruções para o grupo receptor

1. O objetivo do grupo é decodificar uma palavra de quatro letras dentro do conjunto conjunto $\{A, O, N\}$, que será escolhida pelo grupo transmissor. A decodificação será feita através da leituras das intensidades I_V^θ e I_H^θ , para cada letra.
2. Aguarde a sinalização do grupo transmissor para iniciar a decodificação.
3. Anote no relatório o valor das intensidades I_V^θ e I_H^θ . Através destes valores, identifique o ângulo da placa de meia onda, e conseqüentemente, a letra correspondente, de acordo a convenção previamente estabelecida.

Instruções para ambos os grupos

1. Transcreva a palavra escolhida pelo grupo transmissor e compare com a palavra decodificada pelo grupo receptor.
2. Conclua se a comunicação teve êxito. Reporte, se for o caso, os erros ocorridos na comunicação.

5.5.8 Ângulo de Brewster

O aparato para a realização desta experiência é mostrado na Fig. 5.16. O objetivo desta experiência é determinar o índice de refração de uma lâmina de vidro, medindo-se o ângulo de Brewster.

1. Certifique-se de que o polarizador está na posição correta na base. Isto garante que a luz incidente só possui componente na direção paralela ao plano de incidência.
2. Gire a base da lâmina até que a luz refletida praticamente se extinga. Anote o ângulo θ correspondente a esta posição e sua incerteza σ_θ .
3. Sem mexer na posição da lâmina, gire o polarizador de um ângulo de 90° . O que aconteceu? Explique.
4. Com base na Fig. 5.13 e no ângulo θ medido, determine o ângulo de Brewster θ_B e sua incerteza σ_{θ_B} .
5. Considerando o índice de refração do ar n_{ar} igual a 1, determine através da Eq. 5.6, o índice de refração da lâmina de vidro n_v e sua respectiva incerteza σ_{n_v} .
6. Calcule a discrepância absoluta D entre n_v e o valor de referência $n_{v,ref} = 1,54$.
7. Verifique se seu resultado foi compatível dentro do critério de 3σ .

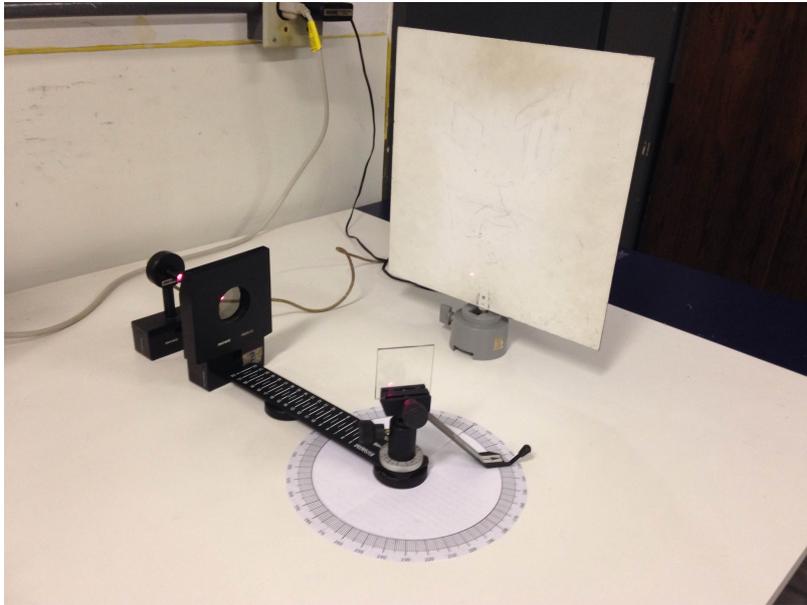


Figura 5.16: Aparato experimental para medida do ângulo de Brewster

5.6 Referências Bibliográficas e Fontes das Figuras

1. Curso de Física Básica - Ótica, Relatividade, Física Quântica, H. Moyses Nussenzveig, Editora Edgard Blücher Ltda, 1998.
2. Optica e Fotônica, Mário Ferreira, Lidel - Edições Técnicas, 2003.
3. Ótica e Física Moderna, D. Halliday e R. Resnick, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1991
4. Optics, Eugene Hecht, Addison-Wesley Publishing Company, 2001
1. Fig. 5.1: <http://one-school.net>
2. Fig. 5.2: <http://commons.wikimedia.org/wiki>
3. Fig. 5.3: <http://en.wikipedia.org/wiki>
4. Fig. 5.4: <http://labman.phys.utk.edu/phys222core/modules/m6/polarization.htm>
5. Fig. 5.7: <http://www.alunosonline.com.br/quimica/>
6. Fig. 5.9: <http://en.wikipedia.org/wiki/Waveplate>
7. Fig. 5.11: <http://en.wikipedia.org/wiki>

8. Fig. 5.13: <http://pt.wikipedia.org/wiki/>
9. Fig. 5.14: <http://fotolamdia.wordpress.com/fotos-arte/fotos-classificacoes/>